電磁気学１演義　　　　　　　　学期末試験　2018 年 7 月 31 日

1. $\boldsymbol{r}=(x,y,z)$、$r=|\boldsymbol{r}|$ として以下を示せ。ただし $\nabla=\hat{x}\partial_x+\hat{y}\partial_y+\hat{z}\partial_z$, $\Delta=\nabla\cdot\nabla$ である。また $\hat{\boldsymbol{r}}=\boldsymbol{r}/r$ で、動径方向外向きの単位ベクトルである。

   (a) $\nabla(1/r)=-\hat{\boldsymbol{r}}/r^2$ を示せ。

   (b) 原点を除いて $\Delta(1/r)=0$ となることを示せ。

   (c) 原点を中心とする半径 a の球の領域を $V(a)$、その表面を $S(a)$ としよう。$\Delta(1/r)$ を $V(a)$ で体積積分すると a に関わらず -4π になることを示せ。(ヒント：ガウスの定理)

   (参考) この結果は、$\Delta\left(-\frac{1}{4\pi r}\right)=\delta^3(r)$、つまり 3 次元ポワソン方程式のグリーン関数が $G(r)=-\frac{1}{4\pi r}$ であることを意味している。

2. z 軸方向に無限に伸びた半径 a の円筒の表面上を、定常電流が円周方向に流れている。電流に直交する直線を、単位長さあたり強さ K の電流が通過しているとする。円筒内部、外部を含めて磁場を求めよ。

3. z 軸方向にまっすぐ伸びた金属の導線の中を自由電子が流れている。導線の断面は、半径 a の円とする。ただし、金属中には動かない正イオンもあり、電気的に中性である。この金属の抵抗率を ρ とする。電場は金属内で一様で $\boldsymbol{E}=E\hat{\boldsymbol{z}}$ ただし $E>0$ とする。その結果、時間的に定常かつ一様な電流が $+z$ 方向に流れているとする。

   (a) 単位長さあたり、単位時間に熱として失われるエネルギーを求めよ。

   (b) 磁場、およびポインテイングベクトルを求めよ。ただし、導線表面と導線内部だけで良い。

   (c) 単位長さあたり、単位時間に、表面から出入りする電磁場のエネルギーを求め、(a) の結果と整合していることを確かめよ。

4. 面積 S の平行平板コンデンサーの間を誘電率 ϵ_1、ϵ_2、厚さ d_1、d_2 の誘電体で満たし、2 つの極板に電荷 $\pm Q$ を与えた。電荷は極板に均一に分布するとせよ。

   (a) コンデンサー内部での電場、電束密度を求めよ。

   (b) 極板間の電位差 V を求めよ。