2006年度 力学1演義 (アドバンス) 略解 (No. 1 から No. 6)

No. 1

1. (a) 略.

   (b) $e^{x_1+x_2}$ を x_2 について $x_2=0$ のまわりでテーラー展開.

$$e^{x_1+x_2}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}(e^{x_1+x_2})^{(n)}|_{x_2=0}\,x_2^n=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}e^{x_1+x_2}|_{x_2=0}\,x_2^n=e^{x_1}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x_2^n}{n!}=e^{x_1}e^{x_2}\,.$$

   二項定理を用いてもよい.

2. $z(t)\to z(t)+a$ としても運動方程式の形は不変. ($z(t)$ が運動方程式の解なら, $z(t)+a$ も解.)

No. 2

1. (a) $t_0=m/\gamma$, $x_0=g(m/\gamma)^2$.

   (b) 略.

   (c) $\sigma(\tau)=A-\tau-Ce^{-\tau}$.

2. $t_0=\sqrt{m/k}$.
3. $x_0=m/\mu$, $t_0=\sqrt{m/g\mu}$.

No. 3

1. $VP=\mathrm{const.}$.
2. $\dot V=-kA$ とすると, $R=R(t=0)-kt$.
3. 略.
4. (a) $a\neq 1$ のとき, $1/v^{a-1}=1/v_0^{a-1}+(a-1)t$. $a=1$ のとき, $v=v_0e^{-t}$.
   $0<t<\infty$ で $v=0$ となるためには, $(0<)a<1$.

   (b) $a\neq 2$ のとき, $1/v^{a-2}=1/v_0^{a-2}+(a-2)x$. $a=2$ のとき, $v=v_0e^{-x}$.
   $0<x<\infty$ で $v=0$ となるためには, $(0<)a<2$.

No. 4

1. (a) $\alpha(t)=\alpha_0\exp\int_{t_0}^{t}p(t')dt'$.

   (b)

$$f(t)=e^{-\int_{t_0}^{t}p(t')dt'}\left[f(t=t_0)+\int_{t_0}^{t}e^{\int_{t_0}^{s}p(t')dt'}q(s)ds\right]\,.$$

   (c) 略.

2. $v=\sqrt{2gH}$.

No. 5

1. (a) $W=-\omega$.

   (b) $W=-2i\omega$.

   (c) 略.

   (d) $x\neq 0$ では $W=0$. $x>0$ では従属. $x<0$ でも従属. $x\in[a,b]$ $(a<0,\ b>0)$ では独立.

2. 略.

No. 6

1. (a) $k=0,1$.

   (b) $k=1$ のとき, $a_1=0$. $k=0$ のとき, a_1 は未定.

   (c) $a_{j+2}=-\omega^2/\{(k+j+2)(k+j+1)\}\,a_j$ $(j\geq 0)$.

   (d) $k=0$ のとき, $a_{2n}=(-1)^n\omega^{2n}/(2n)!\,a_0$. $a_1=0$ として, $x(t)=a_0\cos\omega t$.
   $k=1$ のとき, $a_{2n}=(-1)^n\omega^{2n}/(2n+1)!\,a_0$, $a_{2n+1}=0$. よって, $x(t)=a_0/\omega\,\sin\omega t$.

2. (a) 漸化式が存在しない. しかし, $k=-2,3$ で, x^{-2},x^3 が解.

   (b) x^{k-3} の項から, $a_0=0$ が要求され, 矛盾.

   (c) 漸化式が存在しない. しかし, $k=\pm a$ で, $x^{\pm a}$ が解.

   (d) $k=0$. $a_{j+1}=\{a^2-j(j-1)\}/(j+1)\,a_j$. a^2 が $n(n-1)$ のような数で級数が途中で止まらない限り, $\lim_{j\to\infty}|a_{j+1}/a_j|=\infty$ となり, 級数は発散する.