

# 小林・益川理論と Bの物理入門

田中 実 (阪大)

Bの物理ワークショップ@箱根

2008.11.27

はじめに

# 歴史

1957: L. D. Landau

中性K中間子崩壊におけるCP保存

$$K_S \rightarrow \pi\pi, K_L \rightarrow \pi\pi\pi$$

1961: S. L. Glashow (ノーベル賞1979)

1964: J. W. Cronin, V. L. Fitch, ... (ノーベル賞1980)

中性K中間子崩壊におけるCPの破れ

$$K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$$

1967: S. Weinberg (ノーベル賞1979)

1968: A. Salam (ノーベル賞1979)

1970: S. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani

FCNCに基づくチャームクォークの予言

1971: G. 't Hooft (ノーベル賞1999)

ゲージ理論の繰り込み

1973: M. Kobayashi, T. Maskawa (ノーベル賞2008)

6クォーク模型

Progress of Theoretical Physics, Vol. 49, No. 2, February 1973

***CP*-Violation in the Renormalizable Theory  
of Weak Interaction**

Makoto KOBAYASHI and Toshihide MASKAWA

*Department of Physics, Kyoto University, Kyoto*

(Received September 1, 1972)

1974: S.Ting, B. Richter (ノーベル賞1976)

J/ψの発見

1975: M. L. Perl (ノーベル賞1995)

タウの発見

1977: L. Lederman

ボトム発見

1987: ARGUS

$B^0-\bar{B}^0$ 混合の発見

1989: CLEO

$b \rightarrow u$  遷移の発見

1994: CDF, D0

トップ発見

2002: Belle, BABAR

B中間子崩壊におけるCPの破れの確立

# 目次

1. はじめに
2. CP
3. 小林・益川理論
4. Bの物理
5. まとめ

CP

# PARITY

空間反転:  $x^\mu = (t, \mathbf{x}) \longrightarrow x_\mu = (t, -\mathbf{x})$

Dirac field:  $\psi = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$  (chiral representation)

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$$

Chirality =  $\gamma^5$  の固有値

$$\gamma^5 \psi_L = -\psi_L, \quad \gamma^5 \psi_R = \psi_R$$

$\psi_L$  : 左巻き,  $\psi_R$  : 右巻き



$$\psi_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \psi = \begin{pmatrix} \xi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} \psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix}$$

左巻きと右巻きは独立な自由度.

$$\psi(t, \mathbf{x}) \xrightarrow{P} \gamma^0 \psi(t, -\mathbf{x})$$

$$\psi_L \longrightarrow \gamma^0 \psi_R$$

$$\bar{\psi}_{1L} \gamma^\mu \psi_{2L} \longrightarrow \bar{\psi}_{1R} \gamma_\mu \psi_{2R}$$

$$V_\mu \longrightarrow V^\mu$$

# CHARGE CONJUGATION

荷電共役: 粒子 $\Leftrightarrow$ 反粒子

$$\psi(t, \mathbf{x}) \xrightarrow{C} -i\gamma^2 [\psi^\dagger(t, \mathbf{x})]^T$$

$$\psi_L \longrightarrow -i\gamma^2 [\psi_R^\dagger]^T$$

$$\bar{\psi}_{1L} \gamma^\mu \psi_{2L} \longrightarrow -\bar{\psi}_{2R} \gamma^\mu \psi_{1R}$$

$$V_\mu \longrightarrow -V_\mu^\dagger$$

左巻きと右巻きも入れ換える.

# CP

$$\begin{aligned}\psi(t, \mathbf{x}) &\xrightarrow{CP} -i\gamma^0\gamma^2[\psi^\dagger(t, -\mathbf{x})]^T \\ \psi_L &\longrightarrow -i\gamma^0\gamma^2[\psi_L^\dagger]^T \\ \bar{\psi}_{1L}\gamma^\mu\psi_{2L} &\longrightarrow -\bar{\psi}_{2L}\gamma_\mu\psi_{1L} \\ V_\mu &\longrightarrow -V^{\dagger\mu}\end{aligned}$$

左巻き(右巻き)だけで閉じる.

カイラルな理論

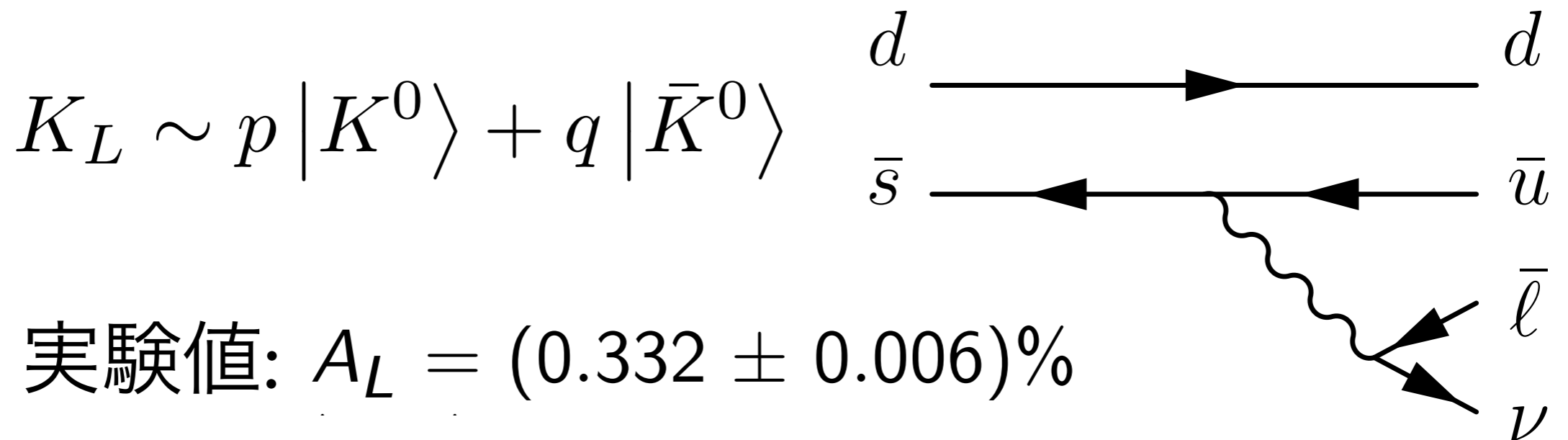
P, Cは破れている.

CPは保存していてもよい.

# 物質と反物質

$K_L$  セミレプトニック崩壊におけるCPの破れ

$$A_L = \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu_L) - \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}_L)}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu_L) + \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}_L)}$$



実験値:  $A_L = (0.332 \pm 0.006)\%$

数の少ない荷電レプトン( $\ell^-$ )を物質と”定義”.

# 小林・益川 理論

# 標準模型

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle \Phi \rangle} SU(3)_C \times U(1)_{EM}$$

	$G$	$W$	$B$	$l_{Li}$	$e_{Ri}$	$q_{Li}$	$u_{Ri}$	$d_{Ri}$	$\Phi$
$SU(3)_C$	8	1	1	1	1	3	3	3	0
$SU(2)_L$	1	3	1	2	1	2	1	1	2
$U(1)_Y$	0	0	0	-1/2	-1	1/6	2/3	-1/3	1/2

$$l_{Li} = \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ \ell_{Li} \end{pmatrix}, \quad q_{Li} = \begin{pmatrix} u_{Li} \\ d_{Li} \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

世代  $i = 1, 2, 3, \dots$

$$Q = T_3 + Y$$

# 荷電カレント相互作用

ゲージ相互作用の固有状態  $d'_L, u'_L$

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{u}'_{Li} \gamma^\mu d'_{Li} + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{d}'_{Li} \gamma^\mu u'_{Li}$$

質量の固有状態  $d_L, u_L$

$$d'_L = U_d d_L, \quad u'_L = U_u u_L$$

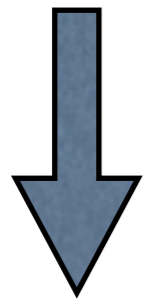
$U_{d,u}$  ユニタリ一行列

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{u}_L \gamma^\mu V d_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{d}_L \gamma^\mu V^\dagger u_L$$

$$V \equiv U_u^\dagger U_d \quad \text{Cabibbo-Kobayashi-Maskawa 行列}$$

# CPの破れ

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} V_{ij} W_{\mu}^{+} \bar{u}_{Li} \gamma^{\mu} d_{Lj} + \frac{g_2}{\sqrt{2}} V_{ij}^{*} W_{\mu}^{-} \bar{d}_{Lj} \gamma^{\mu} u_{Li}$$



CP変換

$$\mathcal{L}_{CC}^{\text{CP}} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} V_{ij} W_{\mu}^{-} \bar{d}_{Lj} \gamma^{\mu} u_{Li} + \frac{g_2}{\sqrt{2}} V_{ij}^{*} W_{\mu}^{+} \bar{u}_{Li} \gamma^{\mu} d_{Lj}$$

CPの破れ  $\longrightarrow V_{ij} \neq V_{ij}^{*}$

$V_{ij}$ の複素位相

クォークの位相の定義に依存.

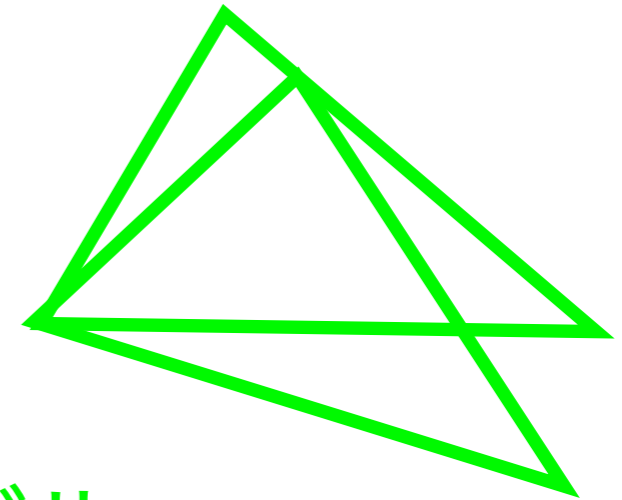


# CKM行列のユニタリティー

$$i \neq j \text{ のとき, } \sum_{k=1}^3 V_{ki}^* V_{kj} = 0$$

複素平面上の三角形

ユニタリティートライアングル



三角形の形や面積は, クォークの位相に依らない.

位相の再定義は, 三角形全体の回転に対応.

$$\sum_{k=1}^3 e^{i\theta_k} V_{ki}^* e^{-i\theta_i} e^{-i\theta_k} V_{kj} e^{i\theta_j} = e^{i(\theta_j - \theta_i)} \sum_{k=1}^3 V_{ki}^* V_{kj} = 0$$

三角形がつぶれない



(クォークの位相に依らず)  
実数でない  $V_{ij}$  が存在



$\mathcal{L}_{CC}$  が CP を破る

三角形の面積  $\sim$  CP の破れの大きさ

# N世代理論

N角形がつぶれない  $\longleftrightarrow$  CPの破れ

N=2はダメ.

N $\geq$ 3ならOK.

クォークは6種類以上.

小林・益川の発見. ノーベル賞(2008)

物理的複素位相の数  $(N - 1)(N - 2)/2$

# CKM行列の構造

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

$$c_{ij} = \cos \theta_{ij}, \quad s_{ij} = \sin \theta_{ij}$$

**PDG parameterization**

# Wolfenstein parametrization

実験:  $1 \gg |V_{us}| \gg |V_{cb}| \gg |V_{ub}|$

$$s_{12} = \lambda \simeq 0.22, \quad s_{23} = \lambda^2 A, \quad s_{13} e^{-i\delta_{13}} = \lambda^3 A(\rho - i\eta)$$

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & \lambda^3 A(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4)$$

# Bの物理

# B中間子の基本的性質

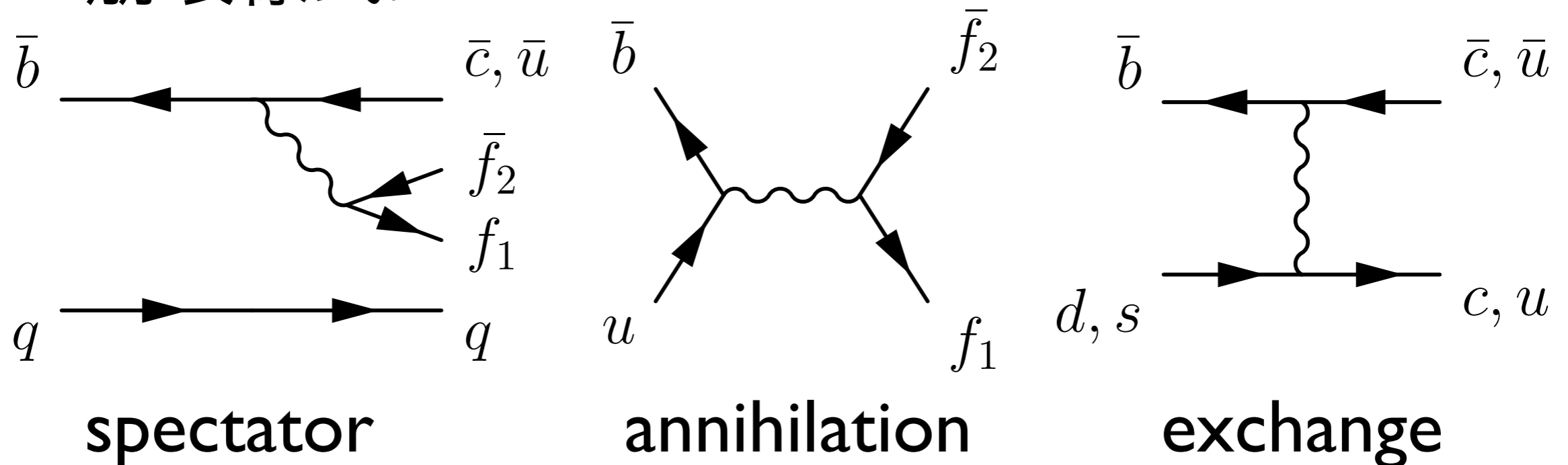
$$(B^+, B_d^0, B_s^0) = (\bar{b}u, \bar{b}d, \bar{b}s) \quad \text{SU(3) 3重項}$$

$$(B^-, \bar{B}_d^0, \bar{B}_s^0) = (\bar{u}b, \bar{d}b, \bar{s}b)$$

質量:  $m_B \sim 5.3 \text{ GeV}$  ( $m_b \sim 4.2 \text{ GeV}$ )

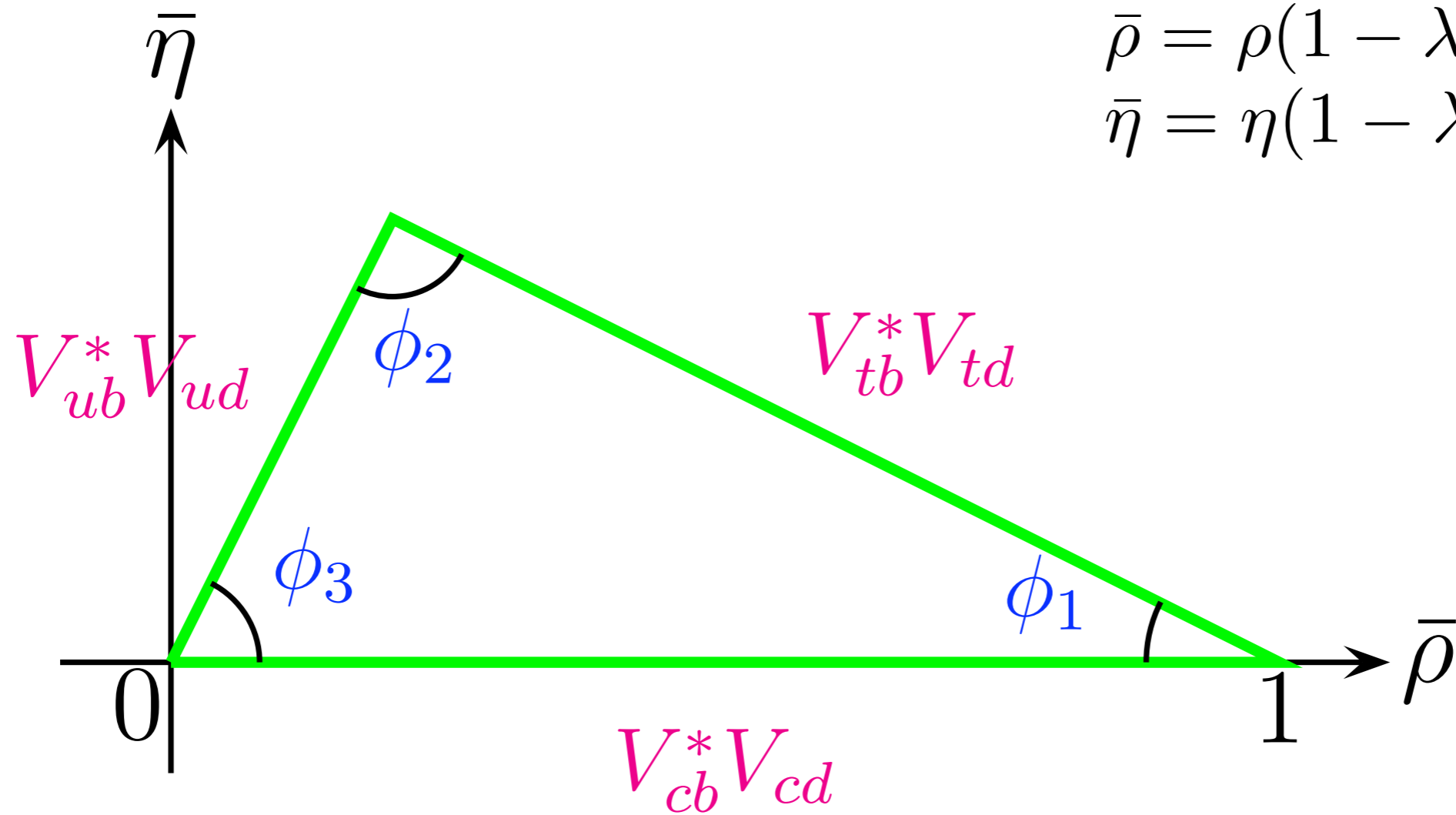
寿命:  $\tau_B \sim 1.6 \text{ ps}$

崩壊様式:



# B中間子とUT

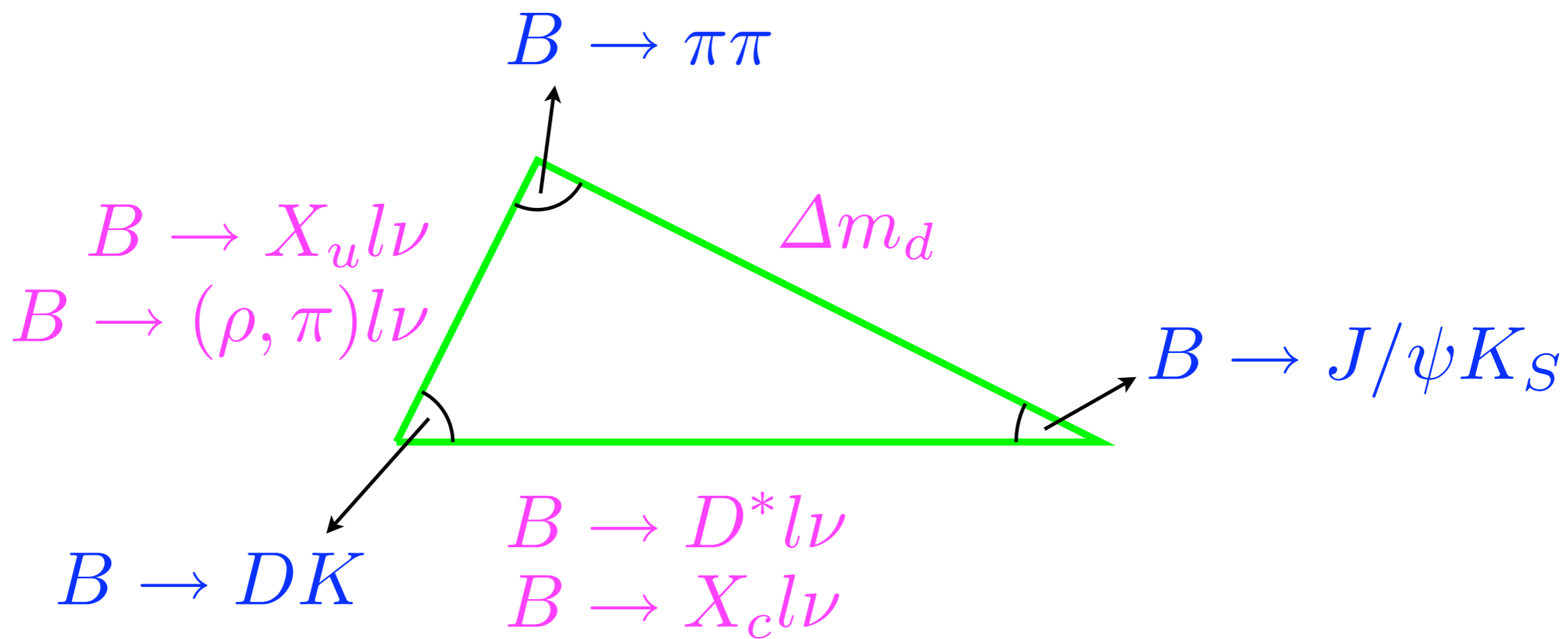
$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0$$



$$\bar{\rho} = \rho(1 - \lambda^2/2 + \dots)$$

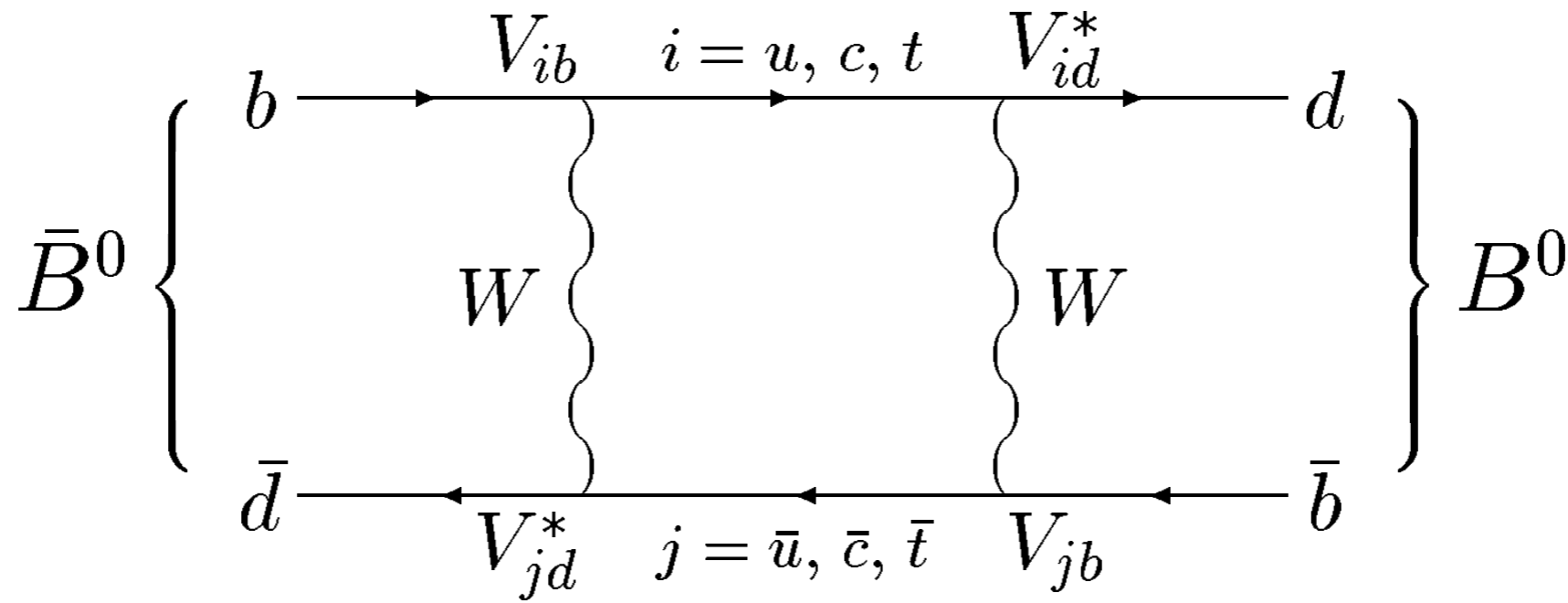
$$\bar{\eta} = \eta(1 - \lambda^2/2 + \dots)$$





# $B^0 - \bar{B}^0$ 混合

box diagram



topの寄与が支配的

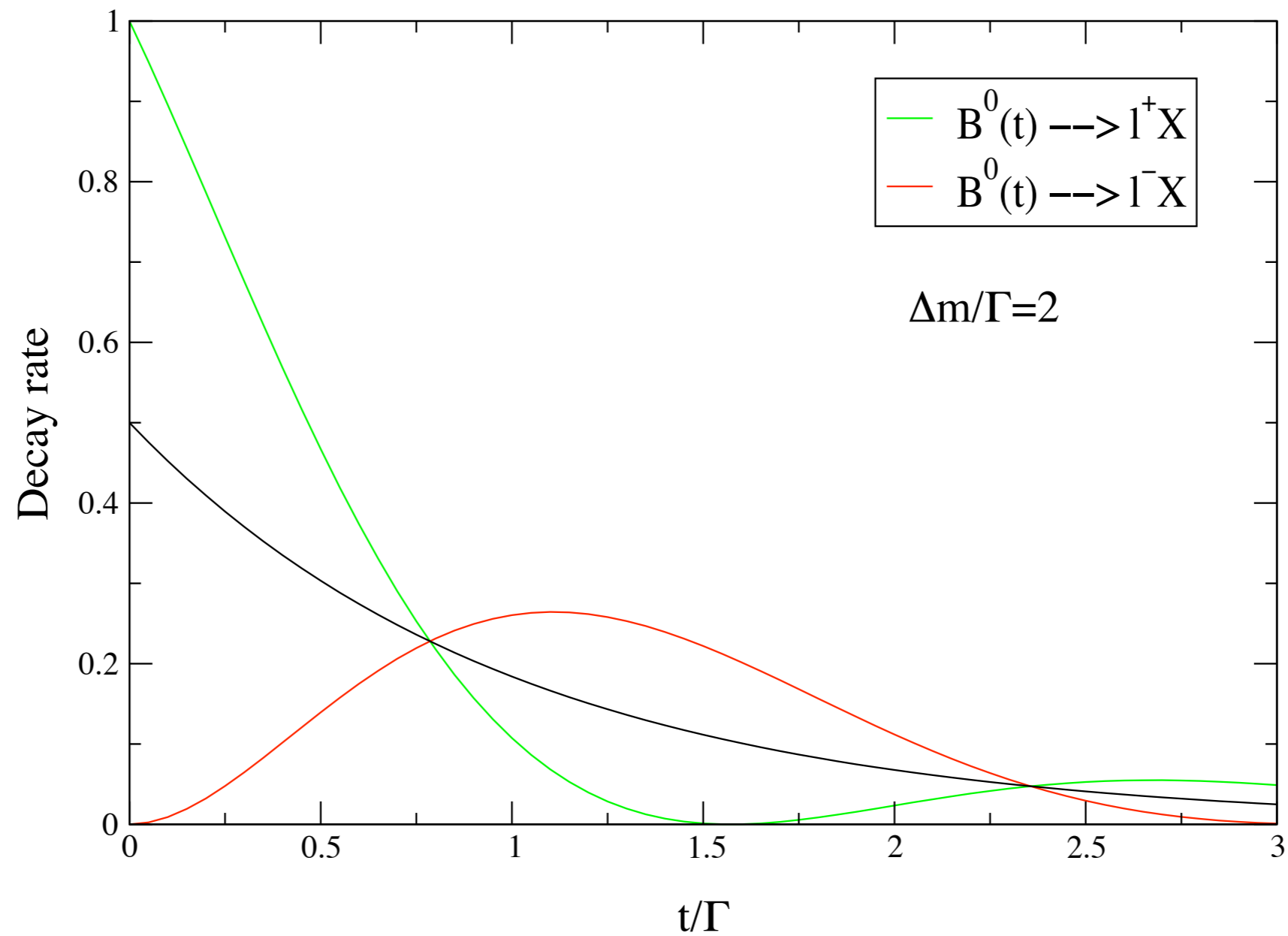
$$M_{12}(B_d) \propto (V_{tb} V_{td}^*)^2$$

$$M_{12}(B_s) \propto (V_{tb} V_{ts}^*)^2$$

# 質量差

$$\Delta m_q \simeq 2|M_{12}(B_q)| \quad (q = d, s)$$

Flavor specific decay



実験値:  $\Delta m_d = 0.507 \pm 0.005 \text{ ps}^{-1}$   
 $\Delta m_s = 17.77 \pm 0.10 \pm 0.07 \text{ ps}^{-1}$

$$\frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} = \left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right|^2 \xi^2 \quad \xi : \text{SU(3)の破れ}$$

$$\xi = 1.23 \pm 0.02 \pm 0.03 \quad \text{lattice QCD}$$

$$\left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right| = 0.209 \pm 0.001 \pm 0.006$$

# CP非对称性

$$\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) \propto 1 + |\lambda_f|^2 \begin{array}{l} + \\ + \end{array} \begin{array}{l} (1 - |\lambda_f|^2) \cos \Delta m t \\ 2 \operatorname{Im} \lambda_f \sin \Delta m t \end{array}$$

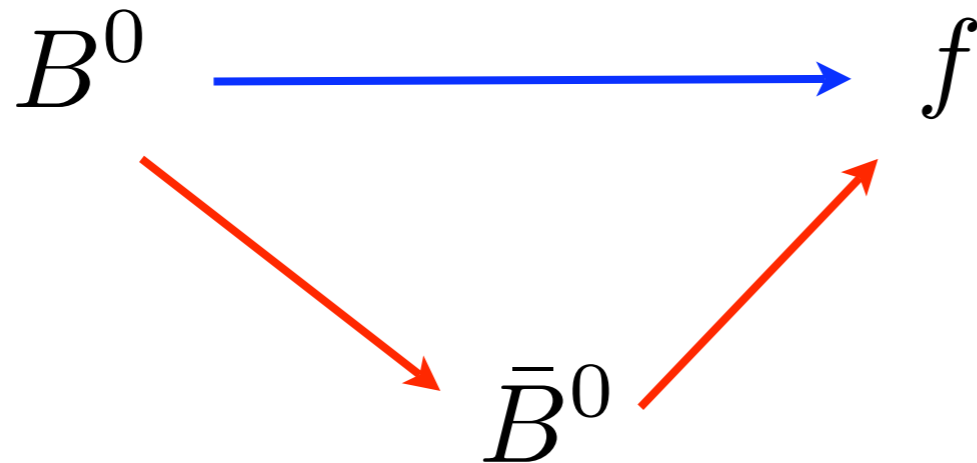
$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) \propto 1 + |\lambda_f|^2 \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \begin{array}{l} (1 - |\lambda_f|^2) \cos \Delta m t \\ 2 \operatorname{Im} \lambda_f \sin \Delta m t \end{array}$$

$$\lambda_f = \frac{q}{p} \frac{\langle f | \bar{B}^0 \rangle}{\langle f | B^0 \rangle} \simeq \frac{M_{12}^*}{|M_{12}|} \frac{\langle f | \bar{B}^0 \rangle}{\langle f | B^0 \rangle}$$

$$\begin{aligned} A_f &= \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)} \\ &= S_f \sin \Delta m t - C_f \cos \Delta m t \end{aligned}$$

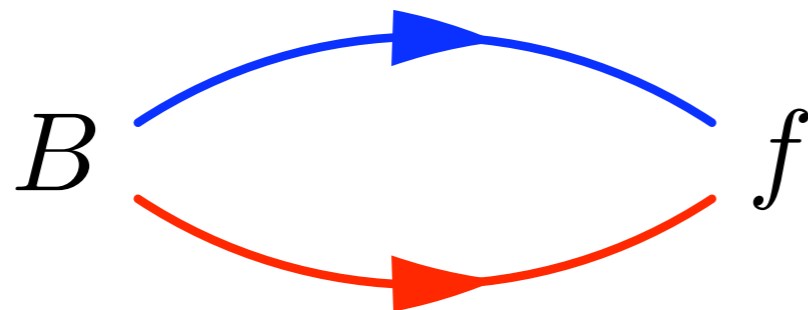
$$S_f = -\frac{2 \operatorname{Im} \lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2}$$

Mixing induced CPV



$$C_f = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}$$

Direct CPV



$f = J/\psi K_S$  (CP odd)

$$\lambda_{J/\psi K_S} = \frac{M_{12}^*}{|M_{12}|} = \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} = e^{-2i\phi_1}$$

$$S_{J/\psi K_S} = \sin 2\phi_1 \qquad C_{J/\psi K_S} = 0$$

実験値

$$\sin 2\phi_1 = 0.681 \pm 0.025$$

まとめ



◆ CPの破れ ~ 複素位相

◆ 小林・益川理論

3世代で1つの複素位相

ユニタリテートライアングル

◆ Bの物理

UTの辺, 角度

$B^0-\bar{B}^0$  混合

(Rare decays, penguin diagram)

(QCD, HQET)

RPP2008,  
PDG

