

対称性の自発的破れと ヒッグス機構

東島 清 (ひがしじま・きよし)
大阪大学大学院理学研究科

1 はじめに

電磁相互作用と弱い相互作用を統一した電弱ゲージ理論がグラショウにより提案されたが、ゲージ粒子の質量を無理矢理手で加えたため、量子効果を計算するときに現れる無限大を処理することができなかった。南部により提唱された対称性の自発的破れというアイデアを取り入れて、ゲージ粒子に自然な形で質量を与えたのがワインバーグとサラムであった。この理論では量子効果を有限に計算できる(くりこみ可能)ことが後にトホーフトにより示された。これにより一躍場の量子論が見直され、小林-益川理論を経て標準モデルが完成した。ここでは対称性の自発的破れとゲージ粒子に自然な質量を与える仕組み(ヒッグス機構)について解説する。

2 力と粒子

ニュートンの万有引力は一瞬のうちに遠くまで届くと考えられていた。いわゆる遠隔作用である。しかしアインシュタインはどんな信号も光速より早く伝わらないと考えた。太陽から地球まで光速で走っても8分以上かかる。従って今この瞬間に太陽が消えて無くなっても、太陽が無くなったことを知らせる重力波が地球に届くまでは、地球は何事もなかったかのように太陽の周りを回り続ける。同じようにクーロンの電気力も一瞬にして離れた所まで届くのではなく、電磁波によって遠くに伝えられる。電気を持つ物体を置くとその周りに電場ができる。電場があるところに別の電荷を持ち込むと電場から力を受ける。このような考え方を近接作用と呼ぶが、相対性理論ではどんな力も近接作用でなければならない。電荷が振動すると周りの電場も振動を始め遠くまで波となって伝わって行く。

ミクロの世界では、すべての物質は波の性質と粒子の性質も併せ持っている[1]。電磁波も光子という粒子の集まりだと考える。2つの電荷の間に働くクーロンの力も、図1に示すように光子の交換によって引き起こされる。

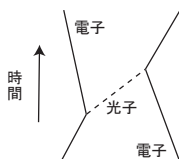
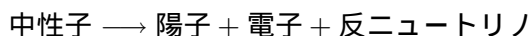


図 1: 光子の交換により 2 つの電子の間に力が働く

同じようにすべての力は粒子の交換によって生じる．中性子は約 15 分くらいで次のような反応を起こし壊れてしまう（ベータ崩壊）．



中性子のベータ崩壊を引き起こす力は、電磁気力と比べると弱いので弱い力と呼ばれる．電磁気のクーロン力は遠くまで及ぶが、弱い力は図 2 に示すようにほとんど 1 点で働くように見える．中性子や陽子の大きさ

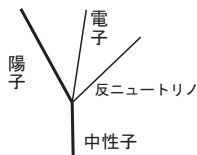


図 2: 中性子の β 崩壊

10^{-13}cm に比べると一点で起きるように見える弱い力も、もっと倍率を上げて細かく見ると、ほんの少し離れた点で起こっていることが分かる．つまり図 3 に示すように、弱い力もベクトルボソンと呼ばれる粒子の交換により引き起こされる¹．図 1 の光子は遠くまで飛んで行くが、弱い力のベクトルボソンは 10^{-16}cm 程しか飛ぶことができない．



図 3: ベクトルボソンによる弱い力

¹弱い力をボソンが媒介するというアイデアは湯川にさかのぼる．神戸大学の谷川安孝がスカラーボソンを用いる理論を提案したが、ゲージ理論を用いることはシュウィンガーによって提唱されグラشوウの理論に受け継がれた．電荷を持つベクトルボソンの理論が当時はくりこみ可能でなかったため、谷川はスカラーボソンを用いたのである．

ここで電磁波中の光子とクーロン力を媒介する光子の違いについて述べておこう [2]。実際に出てくる粒子の場合には、エネルギーの保存則が成り立たなければならないが、量子論では図 3 のベクトルボソンのように、中間状態にだけ現れてすぐに消えてしまう粒子が可能になるため、少し事情が複雑になる。このように短い時間だけ現れる粒子を仮想粒子と呼ぶ。仮想粒子の場合には、エネルギー保存則は成り立たず、仮想粒子が現れる時間間隔 Δt とエネルギー保存則の破れ ΔE の間には不確定性関係 $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$ が成り立つ (\hbar はプランク定数 h を 2π で割ったものを表す)。図 3 で交換されるベクトルボソンの質量を m とすると、そのエネルギーはアインシュタインの関係式により $\Delta E = mc^2$ となる (c は光速を表す)。ベクトルボソンが仮想粒子として現れる時間は、不確定性関係より $\Delta t \sim \frac{\hbar}{mc^2}$ となる。

ベクトルボソン交換による力が届く距離 r は、ベクトルボソンが時間 Δt の間光速 c で走ったとして求めることができる。

$$r = c\Delta t = \frac{\hbar}{mc} \quad (1)$$

すなわち、質量を持つ粒子の交換による力は有限の距離 $\frac{\hbar}{mc}$ しか届かないことが分かる²。光子は質量を持たないので、光子交換によっておきるクーロン力は遠くまで届く。

電気のクーロン力が電場で表されるのと同じように、弱い力もベクトルボソンの『場』で表される。相対論では全ての力は場で表される。量子論では全ての場は粒子に対応する。電場が光子で伝えられるように、質量を持つベクトルボソンがベクトルボソンの場を伝える。

3 対称性の自発的破れ

磁石を例にとって対称性の自発的破れを説明しよう。そのために、我々が目にするマクロ磁石は目に見えないくらい小さなミクロ磁石が沢山集まったものだと考えよう。ミクロ磁石を S 極から N 極へ向かう矢印で表すことにする。

隣り合った 2 つのミクロ磁石には、お互いの向きが揃うような力が働くと仮定しよう。ただし、空間には特別な方向はなく、2 つのミクロ磁石の相対的な方向は揃う傾向にあるが、全体としてはどんな方向を向くこともできるものとする。特別な方向がないので、ミクロ磁石に働く力の法則は、空間の回転に対する対称性を持っているという。

²この関係式を用いて、力の届く距離から交換される粒子の質量を最初に計算したのは、当時大阪大学の若い講師だった湯川秀樹である。湯川は陽子や中性子を結びつけて原子核を作る力が 10^{-13} cm しか届かないことから、電子の約 200 倍の質量を持つパイ中間子が存在することを予言した。

ミクロ磁石の法則が回転対称性を持っていても、マクロ磁石の一番エネルギーの低い状態（基底状態）が回転対称であるとは限らない。隣り合った磁石の方向が揃っている方がエネルギーが低いので、ミクロ磁石の方向が次々に揃ってゆき、マクロ磁石も全体としての磁化が特別の方向を向くこともある。図4の左の図はそのような状態を簡略化して描いている。実際には非常に沢山のミクロ磁石が並んでいると思って欲しい。右の図ではミクロ磁石の向きがバラバラになっているため、マクロ磁石は全体としては磁化していない状態を示している。ミクロ法則が回転対称なのに、基底状態が左の図のように回転対称性を破る場合、回転対称性は自発的に破れているという。これに対し、右の図には特別の方向はなく対称性は回復している。

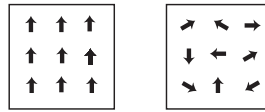


図 4: 回転対称性が自発的に破れた状態と回復した状態

対称性が自発的に破れた基底状態においては、全てのミクロ磁石が特定の方向を向いている。この状態にわずかな揺らぎが生じて、幾つかのミクロ磁石が異なる方向を向くと、この揺らぎは時間とともに次々に場所を変え波となって遠くへ伝わってゆく。この伝わってゆく波は、量子論においては粒子のように振る舞う。波の波長を λ とすると、粒子の運動量は波の進む方向を向いており、その大きさはド・ブロイの関係式 $p = \frac{h}{\lambda}$ で与えられる。相対性理論を満たす場合には、粒子の質量を m とすると、運動量 p とエネルギー E の間には

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p^2} \quad (2)$$

という関係がある。

対称性が自発的に破れる場合には、南部ゴールドストーン粒子と呼ばれる特別な粒子が現れる。回転対称性が自発的に破れる場合には、マクロ磁石全体は実はどんな方向を向いていても良い。例えば図5の右の図のように、磁化の方向が少し傾いている状態も、磁化が上方向を向いた左の図と同じエネルギーを持っている。そのため、左図の状態から右図の状態に移そうとする揺らぎのエネルギーは零である。この揺らぎは全空間で一様なので、波の波長は無限に長いと考えられる。従って、この揺らぎを粒子と見なしたときの運動量 p は零となるので、そのエネルギーは(2)から $E = mc^2$ である。一方、上に述べたようにこの揺らぎのエネルギーは零なので、南部ゴールドストーン粒子の質量は零で無ければならない。

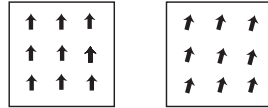


図 5: 特定の方向に磁化した基底状態と磁化が別の方向を向いた状態

ここでは回転対称性の自発的破れに伴って、零質量の南部ゴールドストーン粒子が現れることを説明したが、この現象は回転対称性に限らず、無限に小さな変換をを許すような任意の対称性に対して成り立つ。古典力学でよく知られているように、対称性は保存則と密接に結びついている。回転対称性がある時には角運動量が保存する。同じように連続的な対称性がある時には必ず保存量が存在する。対称性が自発的に破れると、対応する保存則も自発的に破れる。現れる南部ゴールドストーン粒子の数は、破れた保存則の数に一致する。回転対称性に伴う南部ゴールドストーン粒子はマグノン、結晶格子による並進対称性の破れに対応する南部ゴールドストーン粒子はフォノンと呼ばれる。

対称性の破れという考え方を始めて素粒子物理学に持ち込んだのは南部陽一郎である。南部は陽子や中性子などスピン $\frac{\hbar}{2}$ を持つ粒子の質量の起源に関する大胆な提案を行った³。南部は陽子や中性子は元々質量を持たないと考えた。質量を持たない粒子はいつも光速で走る。スピン $\frac{\hbar}{2}$ の粒子が、運動量 p の周りに左向きに回転している（左巻き粒子と呼ぶ）としよう。どんなに速く走っても、光速で走る粒子を追い越すことはできないので、運動量の向きが逆転することはない。従って、左巻き粒子は誰から

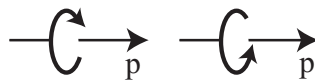


図 6: 左巻き粒子（左）と右巻き粒子（右）

見ても左巻きに見える。同じように、右巻き粒子は誰にとっても右巻き粒子に見える。右巻き粒子が左巻き粒子に変わることはないため、左巻き粒子の数や右巻き粒子の数は時間がたっても変わらない保存量である。

一方、質量を持つ粒子は光速より遅く走っているのだから、その粒子より速く走る人から見れば、粒子の運動量は逆向きに見える。左巻きだった粒子

³地球など自転する大きな物体は任意の角運動量（回転速度に比例する）を持つことができる。しかしミクロの世界ではどんな自転でも許されるわけではなく、自転角運動量（スピンと呼ぶ）の大きさは $\frac{\hbar}{2}$ を単位としてその整数倍だけが許される。クォークやレプトンなどの素粒子のスピンは全て $\frac{\hbar}{2}$ であり、光子やベクトルボソンなど力を媒介する粒子はスピン \hbar を持っている。

もその人から見れば右巻きの粒子に見える。つまり質量を持つ粒子の場合には、左巻きと右巻きの2つの成分が混ざり合っている。左巻き粒子と右巻き粒子の数の差をカイラリティと呼ぶと、質量がない粒子のカイラリティは時間によらない保存量である。実は、左巻き粒子や右巻き粒子の数の保存則は、各粒子の場の位相を回転する対称性と密接に結びついている。つまり、場の実数部分と虚数部分の回転に対する対称性が、粒子の質量がゼロであることを保証していることになる。

南部は左巻き粒子と右巻き粒子の場の位相を逆向きに回転する対称性（カイラル対称性）が自発的に破れるときに、スピン $\frac{\hbar}{2}$ の粒子が質量を獲得することを示した。さらに、この時に現れる南部ゴールドストーン粒子が湯川の予言したパイ中間子であると考えた⁴。南部のこのアイデアは余りに大胆であったために、一般に認められるまでに10年ほどかかったが、現在ではクォークの質量の大部分はカイラル対称性の破れに起因することが分かっている。

4 ゲージ理論とヒッグス機構

朝永・シュウィンガー・ファインマンの努力により、電子と光子の理論である量子電磁気学に現れる発散の困難は、くりこみ手法によって回避できることが示された。第2節で議論したように、弱い力もベクトルボソンを導入すれば量子電磁力学と似た理論になる。ただし、このベクトルボソンは電荷を持っており、また力が遠くまで届かないので、質量を持つていなければならない。

光子の他に電荷を持つベクトルボソンを含むゲージ理論は、ヤン-ミルズ（Yang-Mills）理論または非可換ゲージ理論と呼ばれ、力を伝えるベクトルボソンが質量を持つことができない⁵。シュウィンガーの影響を受けて電弱ゲージ理論を作ったグラショウは、ベクトルボソンに無理やり質量を与えたために、ゲージ不変性と呼ばれる美しい対称性を壊してしまった。グラショウはそれでもこの理論がくりこみができると主張したが、後に間違いを認めた。シュウィンガーは「ゲージ理論のベクトルボソンは決して質量を持つことはできないのか？」という問いを発し、高次の量子効果でベクトルボソンが質量を獲得するかも知れないと論じた。そして次の論文で、2次元の量子電磁気学ではベクトルボソンが質量を獲得する例があることを示した。

シュウィンガーの問いに答えて、物性理論の専門家であるアンダーソン

⁴実際のパイ中間子はわずかながら質量を持っている。この小さな質量はもともとカイラル対称性がわずかに破れているためである。

⁵少し遅れたが、ヤン-ミルズとは独立に一般的な非可換ゲージが大阪大学の内山龍雄によって提唱された

は、プラズマ振動との類推から、対称性が自発的に破れている理論にゲージ場を導入すると、質量を持たない南部ゴールドストーン粒子とベクトルボソンが絡み合っ、質量零の粒子は無くなるだろうと予想した。対称性が自発的に破れているとベクトルボソンが実際に質量を得ることは、アンブレア-プロウト (Englert-Brout) によって、また少し遅れてヒッグス (Higgs) によって発見され、ヒッグス機構と呼ばれている⁶。

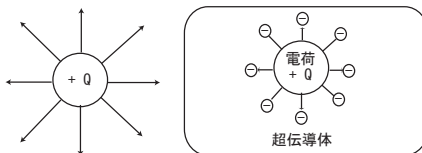


図 7: 電荷から出る電気力線と超伝導体中に置かれ電荷

ヒッグス機構を説明するのに、超伝導体を例にとろう。バーディーン-クーパー-シュリーファーによれば、金属のフェルミ面近傍の電子対がクーパー対となって凝縮するために超伝導現象が起きる。電荷 $-2e$ を持つクーパー対が凝縮するので、超伝導体中では電荷の保存則が自発的に破れている。図 7 の左図のように真空中に電荷 $+Q$ を置くと、電荷から出た Q 本の電気力線が無遠慮方まで伸びてゆくので、クーロン力は遠くまで届く。電気力線の密度は球の面積に反比例するので、電場は距離の 2 乗に反比例して弱くなる。一方、この電荷を超伝導体の中に持ち込むと、右図に示すように電気力線は凝縮した負電荷の所で切れてしまうので遠くまで届かない。そのため超伝導体の中ではクーロン力は短距離力になってしまう。この力の届く距離を r とすると、光子は式 (1) で与えられる質量 m を得たことになる。しかし、これだけならばプラズマや金属の中でも同じことがおきており、実際の光子が質量を持つとは限らない。実は、電磁気学などのゲージ理論では外に出てくる物理的な光子は横波であり、磁場の振る舞いの方が重要になる⁷。

電気力線の場合とは異なり、磁気単極子が存在しないので磁力線は途中で切れることはない。磁場中に超伝導体を持ち込むと、図 8 に示すように磁束は超伝導体から閉め出されてしまう。マイスナー効果と呼ばれるこの現象は、超伝導体の表面に永久電流が流れて、内部の磁場を丁度打ち消す

⁶アンブレア-プロウトの方が早くに一般的な証明を提出したのだが、ヒッグスの名が付いているのは、後から発表したヒッグスの方が簡単な模型を使って議論したので一般に受け入れ易かったのであろう、同じことは南部とゴールドストンの論文についても当てはまり、後から発表したゴールドストンの名を取ってゴールドストーン粒子と呼ばれることが多い

⁷明白に相対論的に定式化できるときには、両者は結びついているので片方を考えれば十分である。

ためにおきる．このとき，表面付近ではわずかながら超伝導体内部に磁束が侵入する．この侵入する距離を r とすると，超伝導体中における光子の質量は式 (1) で与えられる，第 2 種の超伝導体の場合には，磁束は超伝導体の中にも侵入するが，磁束の広がりも r になる．

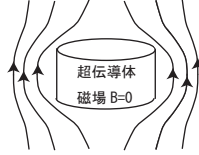


図 8: 磁場中に置いた超伝導体

カイラル対称性の自発的破れを提唱した南部理論は，実はこの超伝導理論をヒントにしていた．フェルミ面近傍の電子対の代わりに，零エネルギー付近の粒子-反粒子対からなる複素スカラー場の凝縮を考えた．カイラル対称性はこの複素スカラー場の位相を回転させる対称性のことである．アンブレア-プロウトやヒッグスはこの複素スカラー場の理論を考察した．空間の各点 x にこの複素スカラー場 $\phi(x)$ があるわけだが，複素数の実数部分と虚数部分を回転させてもエネルギー $V(\phi)$ は変わらない．このエネルギーが図 9 のように回転対称な形をしているので，エネルギーが最小となる点は磁石の例と同じく円周上のどこでも良い．真空とはエネルギーが最小の状態のことだ．真空では $\phi(x)$ はどこでも同じ値をとる．磁石が特定の方向を向くために回転対称性が自発的に破れたように，今の場合も複素スカラー場が真空において特定の値を取るために，カイラル対称性は自発的に破れる．そのためにスピン $\frac{1}{2}$ の粒子は質量を獲得する．

アンブレア-プロウトやヒッグスは，この理論にゲージ場（ベクトルボソン）を持ち込み，ヒッグス機構がおきることを示した．複素数の場が真空において値を持つので，真空にはカイラリティーが凝縮していることになる．超伝導の例でゲージ場が短距離力になることを見たが，電荷をカイラリティーで置き換えると全く同じことが成り立つ．相対論的な場の理論なので，クーロン場が遮蔽されて短距離力になることと，マイスナー効果により磁場が短い距離しか侵入できないことは同等である．短距離力になれば，ベクトルボソンは式 (1) で与えられる質量を持つことになる．

質量を持たないベクトルボソンは横波なので，進行方向に垂直な偏りに対応して 2 つの物理的自由度を持つ．一方，質量を獲得したベクトルボソンは 2 つの横波に加えて縦波の自由度を持っている．この新たな自由度はどこから来たのであろうか？実はベクトルボソンが質量を獲得すると同時に，質量零の南部ゴールドストーン粒子は消失してしまう．つまり，南部ゴールドストーンの自由度がベクトルボソンの縦波の自由度になっている．

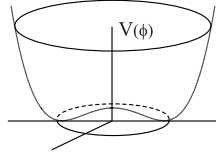


図 9: 複素スカラー場のエネルギー

5 少し数学的な説明

最後に場の量子論を学んだことがある人のために、シュウィンガーとアングレア-プロウトに従って、ベクトルボソンが質量を獲得する仕組みを説明しよう。まず電流密度の2点関数を定義する

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu\nu}(k) &= i \int d^4x e^{ikx} \langle 0 | T J_\mu(x) J_\nu(0) | 0 \rangle^{1\text{PI}} \\ &= (-g_{\mu\nu} k^2 + k_\mu k_\nu) \Pi(k^2)\end{aligned}\quad (3)$$

ここで、1PIは1粒子既約であることを表し、 $(g_{\mu\nu} k^2 - k_\mu k_\nu)$ に比例するのはゲージ不変性 $k^\mu \Pi_{\mu\nu}(k) = 0$ のおかげである。これを用いるとゲージ場のプロパゲーターは

$$G_{\mu\nu}(k) = \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2(1 + \Pi(k^2))} + \dots \quad (4)$$

と書くことができる。ここで最後の項は $k_\mu k_\nu$ に比例する項でゲージの取り方に依存する。シュウィンガーが気づいたのは $\Pi(k^2)$ に零質量の極

$$\Pi(k^2) = -\frac{m^2}{k^2} + \dots \quad (5)$$

があれば、ゲージ場のプロパゲーターに質量項が現れるということである。

$$G_{\mu\nu}(k) = \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 - m^2} + \dots \quad (6)$$

アングレア-プロウトが気づいたのは、対称性が自発的に破れる場合には、南部ゴールドストーン粒子が式(5)の零質量の極の役割を果たすと言うことである。複素スカラー場のラグランジアン

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu + ieA^\mu)\phi^\dagger(\partial_\mu - ieA_\mu)\phi - V(\phi) \quad (7)$$

の場合には、 $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \sigma(x) + i\pi(x))$ と置くと電流密度は

$$J_\mu(x) = -ev\partial_\mu\pi(x) + e^2v^2A_\mu(x) + \dots \quad (8)$$

で与えられる．ここで， v は $\phi(x)$ の真空期待値であり， $\sigma(x)$ がヒッグス粒子， $\pi(x)$ が南部ゴールドストーン粒子を表す．(8) を (3) に代入し最低次の近似で計算すると，南部ゴールドストーン粒子 $\pi(x)$ が中間状態に現れるグラフの寄与のために， $\Pi(k^2)$ は確かに (5) の形になり，ベクトルボソン $A_\mu(x)$ の質量は

$$m = ev \tag{9}$$

となることが分かる．

シュウインガーの提唱した機構 (5) は，零質量の粒子があれば成立する一般的な質量生成機構であり，必ずしも対称性の自発的破れである必要はない．3次元のチャーン-サイモン理論などもこの範疇にはいる．

参考文献

- [1] たとえば，東島清，場の量子論入門，別冊数理科学「場の量子論の拡がり」(サイエンス社，2006)．
- [2] マルティヌス・ヴェルトマン，素粒子世界における事実と謎(培風館，2007)