一般相対性理論入門

サイエンスカフェ＠待兼山
大阪大学総合学術博物館

東島清
大阪大学

ガリレイの落体の法則

重い球と軽い球を同時に落とすとどちらが早く地面に落ちるか

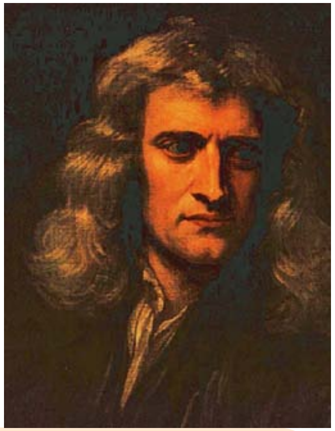
アリストテレス

- 重い球が速く落ちる

ガリレオ

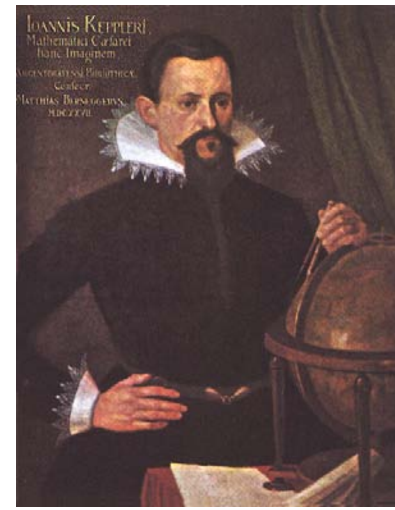
- 同じように落下する

ニュートンの法則



慣性の法則	• 力が働いていない物体は、ずっと静止しているか、又は一定の速度で走り続ける
運動の法則	• 力が働くと、物体は加速度を持つ • 質量×加速度 = 力 • （慣性）質量は物体の動きにくさを表す
重力の法則	• すべての物体は互いに引力を及ぼす • 引力の強さはそれぞれの（重力）質量に比例し、距離に反比例する

ニュートンの法則の証明



惑星の運動（ケプラーの法則）はニュートンの法則により説明される。惑星は重力の法則により、太陽に引っ張られているために、ニュートンの運動法則に従って、楕円軌道を描きながら太陽の周りを回る。

慣性系

ニュートンの法則は慣性系で成り立つ。

- 慣性系・・・慣性の法則が成り立つ座標系
- 座標系・・・時計と物差しをもっている人

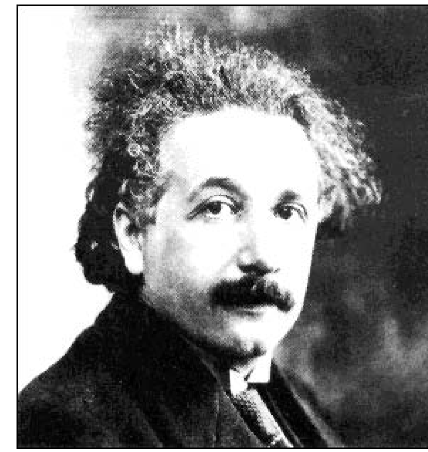
慣性系以外では見かけの力が現れる。

- 発車または停車する電車・・・つり革に掴まる必要
- 回転する座標系（地球）・・・遠心力、コリオリ力

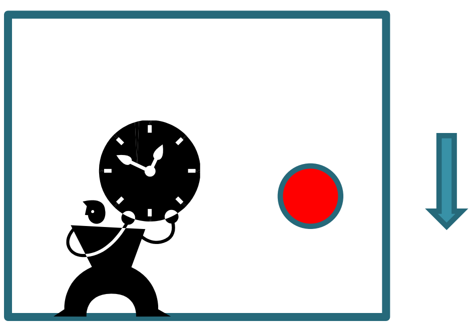
アインシュタインの等価原理

地球上に静止する人

ボールを放すと地面に
落ちる（重力）



ボールと一緒に落ちる人



落下するエレベーター

ボールを放しても、ボールはじっとしている
（ボールも人も一緒に落ちる・・・ガリレオ）

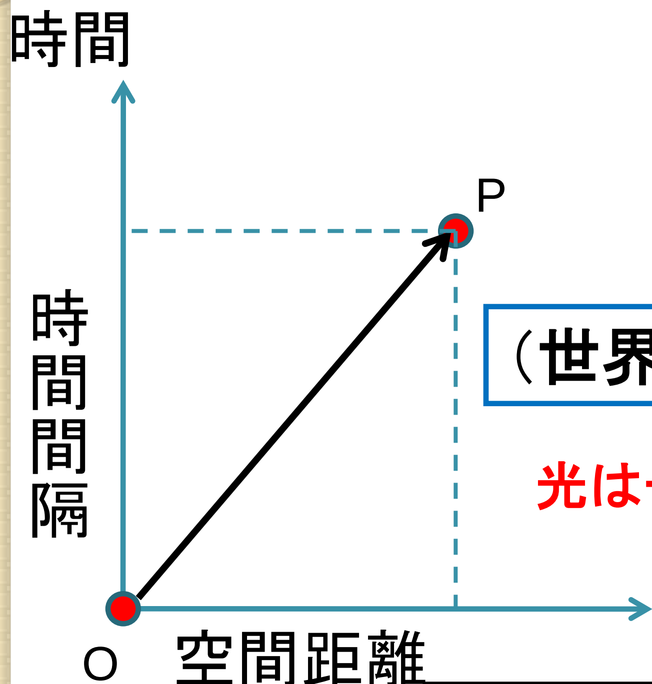
落下するエレベーターに乗れば、
重力を消すことができる
（重力も見かけの力と同じ）

無重力
人工衛星

特殊相対性理論の復習

4次元の世界

空間的に離れた2つの場所において事件OとPが、ある時間間隔を空けて発生した。2つの事件の**世界間隔**は



（**世界間隔**）^{2}＝c^2×（時間間隔）^{2}－（距離）^{2}

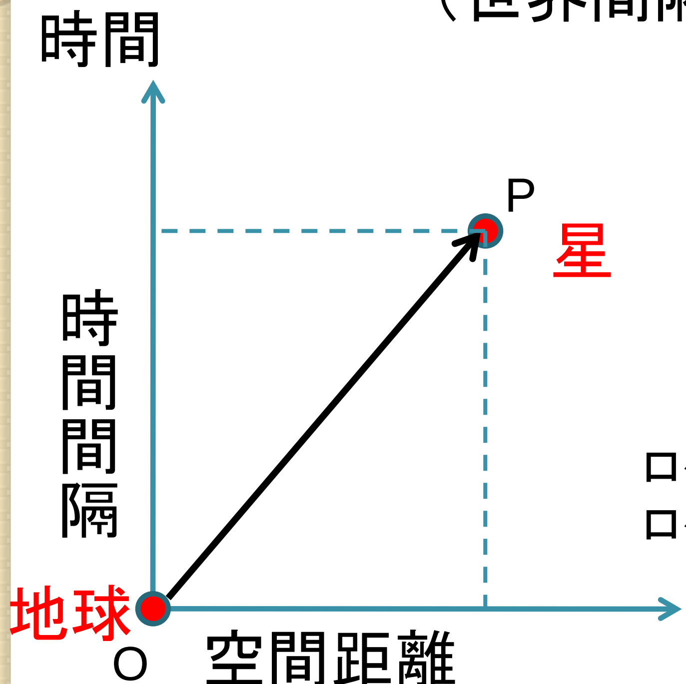
光は一定の速さ（c=秒速30万km）でまっすぐ進む

世界間隔はどんな慣性系でも同じ！
（慣性系である限り誰から見ても変わらない）

時間の遅れ

宇宙飛行士がロケットに乗って遠くの星まで旅行した

（世界間隔）^{2}＝c^2×（時間間隔）^{2}－（距離）^{2}
は誰から見ても変わらない



地球から見た星までの距離　L
地球人の時計で測った時間　T

（世界間隔）^{2}＝$c^2T^2-L^2$

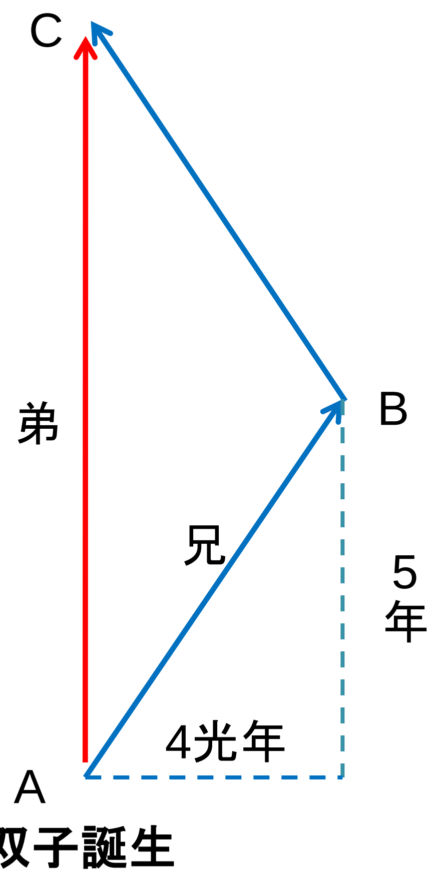
ロケットに乗っている人の時計で測った時間　T_0
ロケットに乗っている人が測った空間距離は　0

（世界間隔）^{2}＝$c^2T_0^{\ 2}$

$T_0 < T$

走っている人の時計はゆっくりすすむ（時計の遅れ）

双子のパラドクス



双子の皇子が誕生
兄は4光年離れた星まで
ロケットに乗り武者修行
弟が10歳になった時に
兄が地球に帰ってきた

ABの世界間隔

$$\underbrace{(5年)^2-(4年)^2}_{弟の時計と物差し} = \underbrace{(3年)^2}_{兄の時計と物差し}$$

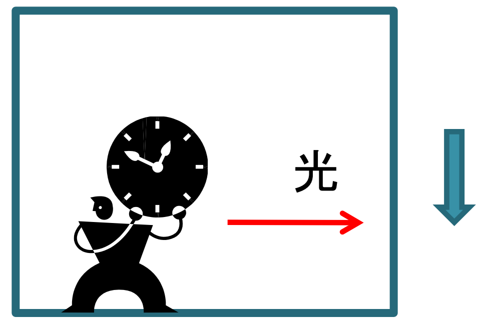
戻ってきた兄の年齢は6歳!

弟から見ると兄が走っていたが、
兄から見ると弟が走っていた？？？

一般相対性理論

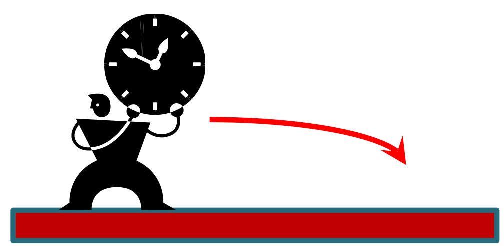
慣性系以外では特殊相対性理論は成り立たない

光も重力で曲がる

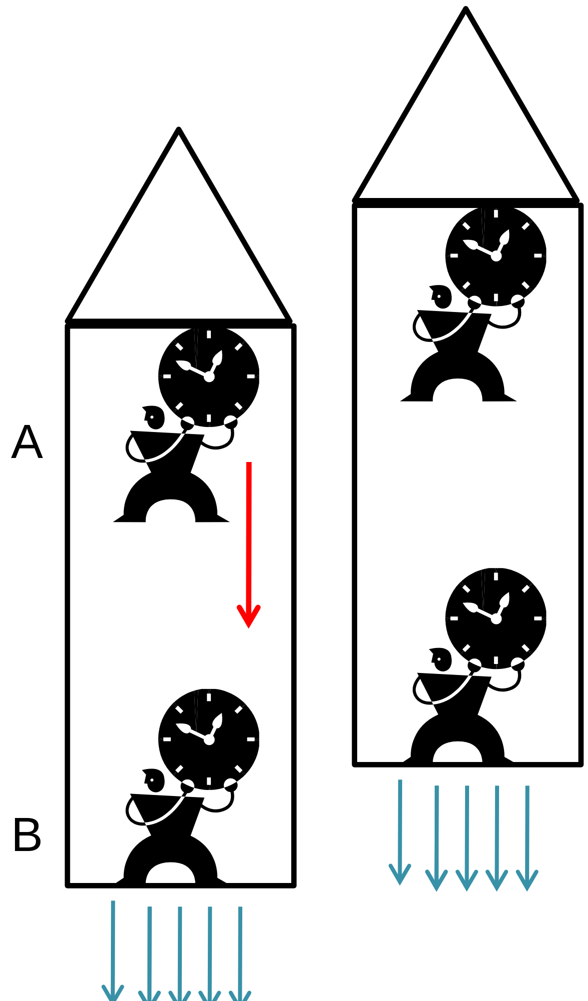


落下するエレベーター
内は重力のない慣性系
光はまっすぐ進む

地球に静止した人から
見ると、エレベーターは
落下しているので、
光も下に落下している



重力による時計の遅れ



次第に早くなるロケットに乗ると
下方に押しつけられる（重力が生じる）

先端にいる人AがBに1秒おきに光を送る
ロケットはだんだん速くなっているので、
Bは1秒より短い時間間隔で光を受け取る

Bから見るとAの時計の進み方が早い
Aから見るとBの時計は遅く進む

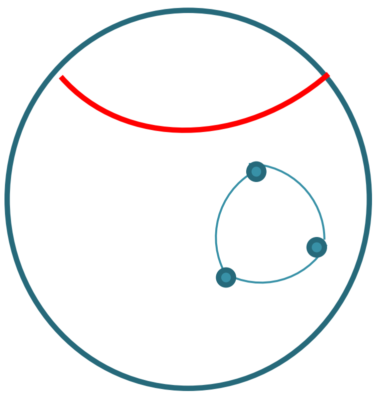
高いビルに住む人の時計は
地上の人の時計より早く進む！

Aからの光をBが受け取ると青くなる
Bからの光をAが受け取ると赤くなる

GPSでは特殊相対性理論と一般相対性理論の
両方を考慮しなければならない

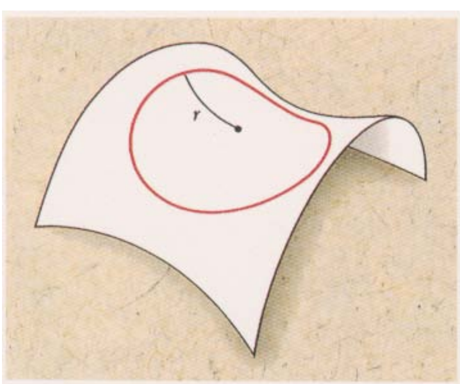
曲がった空間

曲がった3次元空間や、4次元空間は想像できないが、曲がった2次元空間（平面）は想像できる。



•球面に書いた円周の長さ<2π r
•3角形の内角の和>180度

馬の鞍では逆になる



鞍形の表面の上に測地的長さ r で描かれた円の周は，同じ半径 r をもつ平坦な円より長い。

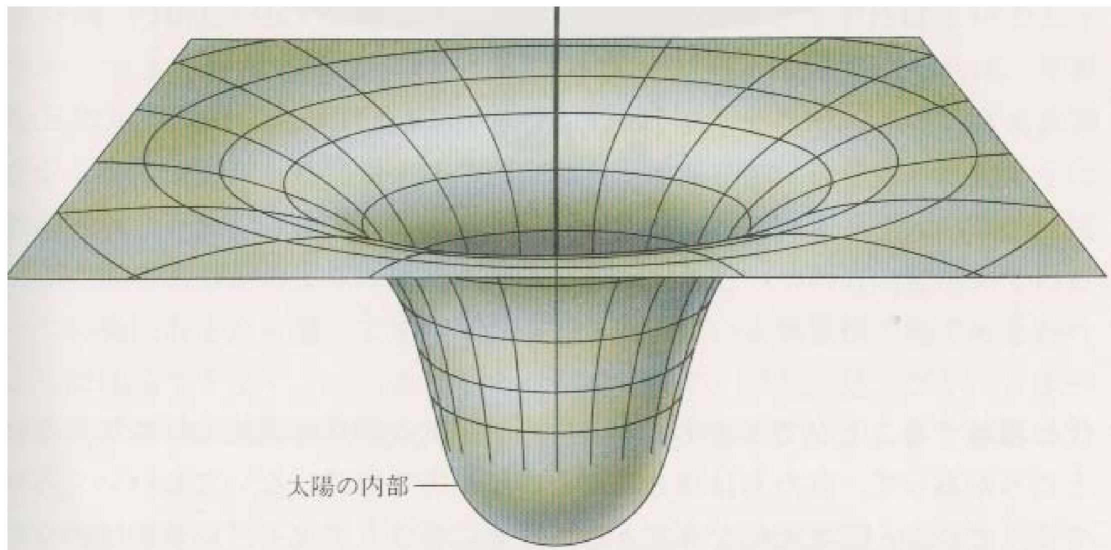
曲がった2次元面は平坦な3次元空間に埋め込むことができたのでアメーバになった気持ちが想像できた。

曲がった4次元空間

- 時計の進み方が場所毎に異なる
- 空間の幾何学も平坦な場合と異なる

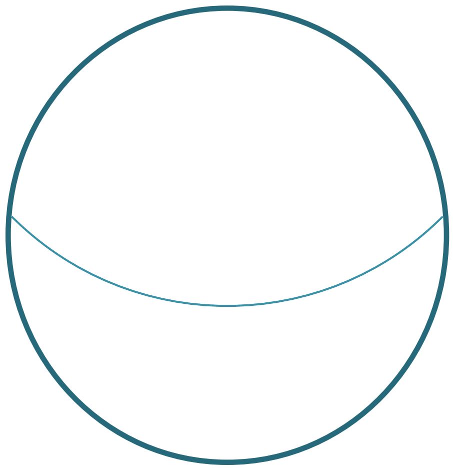
太陽に近い所ほど
時間はゆっくり進む

太陽の周りの
空間の幾何学
（埋め込み図）



太陽の半径が 2.9 km より小さかったら、
光も出ることができないブラックホールになる
（地球なら 0.88 cm）

曲がった空間における直線



飛行機は地球表面の2点間の距離が最短になる大円（例は赤道）にそって飛行する

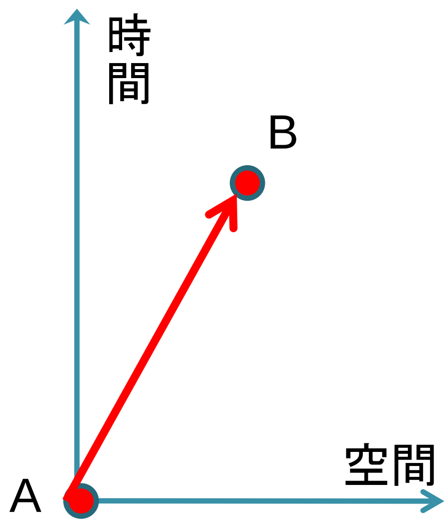
（世界間隔）^{2}＝c^2×（時間間隔）^{2}－（距離）^{2}

4次元空間では、2点間の世界間隔が最大になる道筋（測地線）

太陽を回る惑星は曲がった4次元空間における測地線を描いている

時間の進み方が違う空間

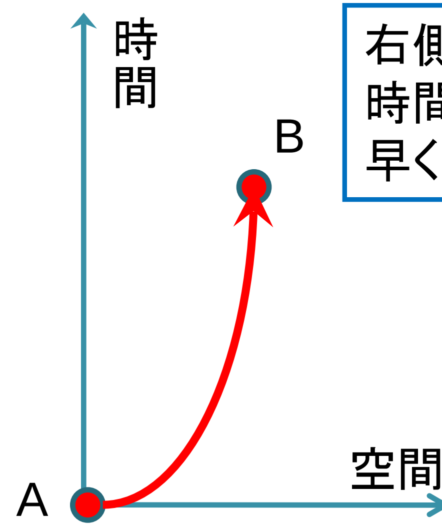
時間が一様に進む時



物体がAからBに行く時まっすぐ
進む時に**最短距離**
時間は一様なので**世界間隔最大**に
なる経路を通る

時間が
遅く進む
↔
時間が
早く進む

右側に行くほど
時間の進み方が
早くなる空間



右に曲がると距離は長くなるが
時間間隔も長くなるので
世界間隔はおおきくなる

$$(\text{世界間隔})^2 = c^2 \times (\text{時間間隔})^2 - (\text{距離})^2$$

アインシュタインの考え方

- なぜ4次元空間は曲がるのか？
  - 質量があるとその周りの4次元空間がゆがむ
- ゆがんだ4次元空間を光や物体はどのように進むのか？
  - 光や惑星は測地線（世界間隔最大）にそって進む