

1 有理数は、整数、有限小数、循環小数のいずれかで表される。これを証明せよ。

(配点率 50 %)

2 円周率を π とする。正の整数 n に対し

$$a_n = \int_0^{2-\sqrt{3}} \frac{1-x^{4n}}{1+x^2} dx$$

$$b_n = \int_0^{2-\sqrt{3}} \frac{1+x^{4n+2}}{1+x^2} dx$$

とおく。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{\pi}{12}$ を証明せよ。

(2) $3.141 < \pi < 3.142$ を証明せよ。ただし

$$1.7320508 < \sqrt{3} < 1.7320509$$

である。

(配点率 50 %)