μ問題を巡って

信州大学理学部
川村嘉春

@余剰次元物理2011
2011年1月25日(火)

内容

1．導入（なぜ、μ問題？）
2．μ問題とは
3．μ問題の解について
4．予想と期待

１．導入

なぜ、μ問題？

➔三浦君のトークの前座（お膳立て）

なので、主に復習です。

2． μ問題とは

μとは、μパラメータ（μ term）のこと

MSSMのSUSY sector に登場する唯一の質量パラメータ

Higgs & Higgsinoに関する質量パラメータ

$$W = \cdots + \mu H_1 H_2$$

$H_1 = H_d,\ H_2 = H_u$

Higgs chiral superfields

μの大きさは？

【理論的考察1】

μ項を禁止する対称性がない場合、

$$\mu = O(\Lambda)$$

Λ : Cutoff scale

（例）SUGRA ➔ MSSM

$$\mu = O(M)$$

$M \equiv \dfrac{M_{\mathrm{Pl}}}{\sqrt{8\pi}}$: 重力スケール

$M = 2.4 \times 10^{18}\ \mathrm{GeV}$

M_{Pl} : Planck scale

μの大きさは？

【理論的考察2】　微調整を伴わない場合

対称性の破れによる質量の生成

$$\mu = O\left(M_{\mathrm{SB}}\right)$$

M_{SB} : Breaking scale

（例） SUSY SU(5) GUT → MSSM

$$\mu = -3 f_h V + \mu_h = O\left(M_{\mathrm{U}}\right)$$

$$W = f_h \overline{H} \Sigma H + \mu_h \overline{H} H + \cdots$$

$$\langle \Sigma \rangle = V \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad V = O\left(M_{\mathrm{U}}\right)$$

M_{U} : GUT scale

μの大きさは？

【現象論的制約】

電弱対称性の破れ＠ $\mathrm{v} = 246\,\mathrm{GeV}$

$$M_Z = \frac{1}{2}\sqrt{g^2 + g'^2}\ \mathrm{v} = 93\,\mathrm{GeV}$$

MSSMにおける電弱対称性の破れ

$$\frac{1}{2}M_Z^2 = \frac{m_{H_1}^2 - m_{H_2}^2 \tan^2\beta}{\tan^2\beta - 1} - \mu^2$$

$$m_{H_1}, m_{H_2} : \mathrm{Soft\ S\cancel{US}Y\ mass},\ \tan\beta \equiv \frac{\langle H_2^0 \rangle}{\langle H_1^0 \rangle}$$

$$\therefore\ \ O(0.1)\,\mathrm{TeV} \le \mu \le O(1)\,\mathrm{TeV}$$

μの大きさは？

【現象論的制約】

電弱対称性の破れ＠ $\mathrm{v} = 246\,\mathrm{GeV}$

$$M_Z = \frac{1}{2}\sqrt{g^2 + g'^2}\ \mathrm{v} = 93\,\mathrm{GeV}$$

MSSMにおける電弱対称性の破れ

$$\frac{1}{2}M_Z^2 = \frac{m_{H_1}^2 - m_{H_2}^2 \tan^2\beta}{\tan^2\beta - 1} - \mu^2$$

$$m_{H_1}, m_{H_2} : \mathrm{Soft\ S\cancel{US}Y\ mass},\ \tan\beta \equiv \frac{\langle H_2^0 \rangle}{\langle H_1^0 \rangle}$$

$O(0.1)\,\mathrm{TeV} \le \mu \le O(1)\,\mathrm{TeV}$ を $\mu \approx O(1)\,\mathrm{TeV}$ と記す。

なぜ $\mu \approx O(1)\,\mathrm{TeV}$ なのか？

$\text{Why } \mu \approx O(1)\,\mathrm{TeV} << M_{\mathrm{U}}, M_{\mathrm{Pl}}\ ?$

これが「μ問題」 J. E. Kim and H. P. Nilles, *Phys. Lett.* **B138** (1984), 150.

$$\frac{1}{2} M_Z^2 = \frac{m_{H_1}^2 - m_{H_2}^2 \tan^2\beta}{\tan^2\beta - 1} - \mu^2$$

Naturalness of Higgs boson mass

$\text{Why } m_{\mathrm{SUSY}} \approx O(1)\,\mathrm{TeV}\ ?$

m_{SUSY} : Typical soft ~~SUSY~~ mass parameter

$\mu,\ m_{\mathrm{SUSY}} \approx O(1)\,\mathrm{TeV}$ の起源は？

【前提条件】

MSSM を超える理論において、対称性によりμ項は禁止されている。明白な超対称性の破れも存在しない。

【予想】

超対称性を含む対称性の破れ

$$\Rightarrow\ \mu H_1 H_2,\quad L_{\mathrm{soft}}$$

【μ項を禁止する対称性の候補１】

PQ対称性

（例）

$$H_1 \to e^{i\alpha} H_1, \quad H_2 \to e^{i\alpha} H_2$$

$$Q \to e^{-\frac{i}{2}\alpha} Q, \quad D^c \to e^{-\frac{i}{2}\alpha} D^c, \cdots$$

$$W_{\text{Yukawa}} \to W_{\text{Yukawa}},$$

$$\mu H_1 H_2 \to e^{i2\alpha} \mu H_1 H_2$$

【μ項を禁止する対称性の候補２】

R対称性

（例）

$$H_1 \to H_1, \quad H_2 \to H_2$$

$$Q \to e^{i\beta} Q, \quad D^c \to e^{i\beta} D^c, \cdots$$

$$\theta \to e^{i\beta}\theta, \quad \bar{\theta} \to e^{-i\beta}\bar{\theta}$$

$$\int W_{\mathrm{Yukawa}} d^2\theta \to \int W_{\mathrm{Yukawa}} d^2\theta,$$

$$\int \mu H_1 H_2 d^2\theta \to \int \mu H_1 H_2 e^{-i2\beta} d^2\theta$$

３． μ問題の解について

4次元の場の理論の観点から、

$\int W_{\mu\,\mathrm{term}} d^2\theta = \int \mu H_1 H_2 d^2\theta$ **の起源**

は次の2つに分類される。

(1) F-term $\int f(\Phi^I) H_1 H_2 d^2\theta$

$$\Rightarrow \int f\left(\left\langle \phi^I \right\rangle\right) H_1 H_2 d^2\theta$$

(2) D-term $\int g(\Phi^I, \Phi_J^\dagger) H_1 H_2 d^2\theta d^2\bar{\theta}$

$$\Rightarrow \int \frac{\partial g\left(\left\langle \phi^I \right\rangle, \left\langle \phi_J^\dagger \right\rangle\right)}{\partial \left\langle \phi_{J'}^\dagger \right\rangle} \left\langle F_{J'}^\dagger \right\rangle H_1 H_2 d^2\theta$$

(1) F-term $\int f(\Phi^I) H_1 H_2 d^2\theta$

$$\Rightarrow \int f\left(\left\langle \phi^I \right\rangle\right) H_1 H_2 d^2\theta$$

(1-1) Renormalizable term of Superpotential

（例）NMSSM＝Next to Minimal SUSY SM

Gauge singlet Sを導入 $S = s + \sqrt{2}\theta\psi_s^i + \theta^2 F_s^i$

$$\int f\, S\, H_1 H_2 d^2\theta \Rightarrow \int f \langle s \rangle H_1 H_2 d^2\theta$$

$$V = V_{\mathrm{SUSY}} + V_{\mathrm{soft}} \Rightarrow \langle s \rangle = O\left(m_{\mathrm{SUSY}}\right)$$

$$\Rightarrow \mu = f \langle s \rangle = O\left(m_{\mathrm{SUSY}}\right)$$

(1) F-term $\int f(\Phi^I) H_1 H_2 d^2\theta$

$$\Rightarrow \int f\left(\left\langle \phi^I \right\rangle\right) H_1 H_2 d^2\theta$$

(1-2) Non-renormalizable term of Superpotential

(Ex.) $\int \frac{\phi^n}{\Lambda^{n-1}} H_1 H_2 d^2\theta \Rightarrow \int \frac{\langle\phi\rangle^n}{\Lambda^{n-1}} H_1 H_2 d^2\theta$

(Ex.) $\int \frac{\tilde{W}}{\Lambda^2} H_1 H_2 d^2\theta \Rightarrow \int \frac{\left\langle \tilde{W} \right\rangle}{\Lambda^2} H_1 H_2 d^2\theta$

$\tilde{W}$: Superpotential (in hidden sector)

$$(1)\ \text{F-term}\ \int f(\Phi^I) H_1 H_2 d^2\theta$$

$$\Rightarrow \int f\left(\langle \phi^I \rangle\right) H_1 H_2 d^2\theta$$

(1-3) Non-perturbative effect

(Ex.) Gaugino condensation

$$\int \frac{H_1 H_2}{\Lambda^2} \tilde{W}^\alpha \tilde{W}_\alpha d^2\theta \Rightarrow \int \frac{\tilde{\lambda}^\alpha \tilde{\lambda}_\alpha}{\Lambda^2} H_1 H_2 d^2\theta$$

$$\Rightarrow \int \frac{\langle \tilde{\lambda}^\alpha \tilde{\lambda}_\alpha \rangle}{\Lambda^2} H_1 H_2 d^2\theta$$

$\tilde{W}^\alpha$: chiral spinor superfield in $\cancel{\text{SUSY}}$ sector,

$\tilde{\lambda}^\alpha$: gaugino in $\cancel{\text{SUSY}}$ sector

$$\text{(1) F-term } \int f(\Phi^I) H_1 H_2 d^2\theta$$

$$\Rightarrow \int f\left(\left\langle \phi^I \right\rangle\right) H_1 H_2 d^2\theta$$

(1-3) Non-perturbative effect

(Ex.) Gaugino condensation

$$\int \frac{H_1 H_2}{\Lambda^2} \tilde{W}^\alpha \tilde{W}_\alpha d^2\theta \Rightarrow \int \frac{\tilde{\lambda}^\alpha \tilde{\lambda}_\alpha}{\Lambda^2} H_1 H_2 d^2\theta$$

$$\Rightarrow \int \frac{\left\langle \tilde{\lambda}^\alpha \tilde{\lambda}_\alpha \right\rangle}{\Lambda^2} H_1 H_2 d^2\theta$$

$$\frac{\left\langle \tilde{\lambda}^\alpha \tilde{\lambda}_\alpha \right\rangle}{\Lambda^2} \Rightarrow \frac{O\left(10^{13}\right)^3 \text{ GeV}^3}{O\left(10^{18}\right)^2 \text{ GeV}^2} = O\left(10^3\right) \text{GeV}$$

(2) D-term $\int g(\Phi^I, \Phi_J^\dagger) H_1 H_2 d^2\theta d^2\bar{\theta}$

$$\Rightarrow \int \frac{\partial g\left(\left\langle \phi^I \right\rangle, \left\langle \phi_J^\dagger \right\rangle\right)}{\partial \left\langle \phi_{J'}^\dagger \right\rangle} \left\langle F_{J'}^\dagger \right\rangle H_1 H_2 d^2\theta$$

Non-canonical matter kinetic function

$$\int \frac{1}{\Lambda^2} H_1 H_2 \Phi^\dagger \Phi d^2\theta d^2\bar{\theta}$$

$$\Rightarrow \int \frac{\left\langle F^\dagger \right\rangle \left\langle \phi \right\rangle}{\Lambda^2} H_1 H_2 d^2\theta$$

例えば、$\left\langle F^\dagger \right\rangle \left\langle \phi \right\rangle = O(m_{\mathrm{SUSY}} \Lambda^2)$ ならば

$\mu = O(m_{\mathrm{SUSY}})$ $\quad$ $\cancel{\mathrm{SUSY}}$ と連動！

Giudice-Masiero 機構

G. F. Giudice and A. Masiero, *Phys. Lett.* **B206** (1988), 480.

Gravity mediation による Soft ~~SUSY~~ に基づいて、

$$G = K + M^2 \ln \frac{|W|^2}{M^6}$$

$M \equiv \frac{M_{\mathrm{Pl}}}{\sqrt{8\pi}}$: 重力スケール

$K = K(\Phi^I, \Phi_I^\dagger)$: Kähler potential

$W = W(\Phi^I)$: Superpotential

$$\Phi = \phi + \sqrt{2}\theta\psi + \theta^2 F$$

$m_{3/2} \equiv \left\langle M e^{G/2M^2} \right\rangle$: gravitino mass

$\langle F \rangle = O(m_{3/2} M)$ による ~~SUSY~~

(Ex.) $\int \frac{\Phi}{M} W^{\alpha} W_{\alpha} d^2\theta \Rightarrow \frac{\langle F \rangle}{M} \lambda^{\alpha} \lambda_{\alpha}$: gaugino mass,

$\int \frac{\Phi^{\dagger}\Phi}{M^2} \Phi_i^{\dagger} \Phi^i d^2\theta d^2\bar{\theta} \Rightarrow \frac{\left|\langle F \rangle\right|^2}{M^2} \left|\phi^i\right|^2$: scalar mass

$$\Phi = \phi + \sqrt{2}\theta\psi + \theta^2 F$$

$\langle F \rangle = O(m_{3/2} M)$によるSUSY

$m_{3/2} \equiv \left\langle M e^{G/2M^2} \right\rangle$: gravitino mass, $M \equiv \frac{M_{\rm Pl}}{\sqrt{8\pi}}$: 重力スケール

$$\therefore \quad m_{\rm SUSY} = \frac{\left|\langle F \rangle\right|}{M} = O(m_{3/2})$$

(Ex.) $\int \frac{\Phi}{M} W^{\alpha} W_{\alpha} d^2\theta \Rightarrow \frac{\langle F \rangle}{M} \lambda^{\alpha} \lambda_{\alpha}$: gaugino mass,

$$\int \frac{\Phi^{\dagger}\Phi}{M^2} \Phi_i^{\dagger} \Phi^i d^2\theta d^2\bar{\theta} \Rightarrow \frac{\left|\langle F \rangle\right|^2}{M^2} \left|\phi^i\right|^2 : \text{scalar mass}$$

$$\int \frac{\Phi^{\dagger}\Phi}{M^2} H_1 H_2 d^2\theta d^2\bar{\theta} \Rightarrow \int \frac{\langle F^{\dagger} \rangle \langle \phi \rangle}{M^2} H_1 H_2 d^2\theta : \mu \text{ term}$$

$$m_{\mathrm{SUSY}} = \frac{\left|\langle F \rangle\right|}{M} = O\left(m_{3/2}\right)$$

$\Downarrow$ $\langle \phi \rangle = O(M)$

$$\mu = O\left(m_{\mathrm{SUSY}}\right) = O\left(m_{3/2}\right)$$

Why $m_{3/2} \approx O(1)\,\mathrm{TeV}$ or $\frac{\langle F \rangle}{M} \approx O(1)\,\mathrm{TeV}$?

Giudice-Masiero 機構の特徴

【利点】 μ は~~SUSY~~と連動している。

【不安】

Non-minimal Kähler potential

➔Non-universal soft ~~SUSY~~ parameters

➔複雑。予言能力?
さらに、FCNC ?, CP ?

４． 予想と期待

【予想】 μ と m_{SUSY} は関連性がある。

【予想】 対称性の明白な破れによるものではない。

【期待】 単純な構造で予言能力あり。

【期待】 理論にbuild-inされている。

【期待】 必然性の高い機構による。

【候補】Hosotani 機構

Y. Hosotani, *Phys. Lett.* **B126** (1983), 309; *Ann. of Phys.* **190** (1989), 233

4．予想と期待

【予想】 μ と m_{SUSY} は関連性がある。

【予想】 対称性の明白な破れによるものではない。

【期待】 単純な構造で予言能力あり。

【期待】 理論にbuild-inされている。

【期待】 必然性の高い機構による。

対称性の力学的な破れ

パラメータの数が限られていて予言能力あり。

Particle content と対称性によって(ほぼ)支配される。

パラメータの間の微調整が不必要で必然性が高い。

【復習】Hosotani 機構（の一部として、Dynamical Rearrangement）

対称性を保つ周期的境界条件
➔ 対称性の力学的な破れ

$$\phi(y+2\pi R)=\phi(y),\quad \alpha_0 \equiv R\langle A_y\rangle \neq 0$$

ゲージ変換 ⇕ **ゲージ同値**

$$\phi'(y+2\pi R)=e^{i\alpha_0}\phi'(y),\quad \alpha'_0 \equiv R\langle A'_y\rangle = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_0}{R} \text{の質量} \left(\Rightarrow m_{\mathrm{SUSY}}\,?,\ \mu\,?\right)$$

【もくろみ】Hosotani 機構によるμ項および Soft ~~SUSY~~ termsの導出

超対称性などを保つ周期的境界条件
➔ 超対称性などの力学的な破れ

先行研究

G. v. Gerdoeff and M. Quiros, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 064016, "Supersymmetry breaking on orbifolds from Wilson lines"

G. v. Gerdoeff, M. Quiros and A. Riotto, *Nucl. Phys.* **B634** (2002) 90, "Radiative Scherk-Schwarz supersymmetry breaking"

【キーワード】 余剰次元　R 対称性　SUGRA

【もくろみ】Hosotani 機構によるμ項およびSoft ~~SUSY~~ termsの導出

超対称性などを保つ周期的境界条件
➔ 超対称性などの力学的な破れ

先行研究

G. v. Gerdoeff and M. Quiros, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 064016, "Supersymmetry breaking on orbifolds from Wilson lines"

G. v. Gerdoeff, M. Quiros and A. Riotto, *Nucl. Phys.* **B634** (2002) 90, "Radiative Scherk-Schwarz supersymmetry breaking"

- 限定された超対称性の破れ?
- μ項は?

【もくろみ】Hosotani 機構によるμ項およびSoft ~~SUSY~~ termsの導出

超対称性などを保つ周期的境界条件
➔ 超対称性などの力学的な破れ

先行研究

G. v. Gerdoeff and M. Quiros, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 064016, “Supersymmetry breaking on orbifolds from Wilson lines”

G. v. Gerdoeff, M. Quiros and A. Riotto, *Nucl. Phys.* **B634** (2002) 90, “Radiative Scherk-Schwarz supersymmetry breaking”

という訳で、
続きは三浦君のトークで。