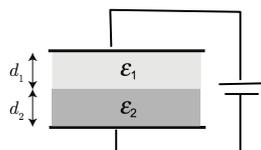


0. 面積 S の平行平板コンデンサーの間を誘電率 ϵ_1 、 ϵ_2 、厚さ d_1 、 d_2 の誘電体で満たし、2つの極板に電荷 $\pm Q$ を与えた。電荷は極板に均一に分布するとして良い。
- (a) コンデンサー内部での電場、電束密度を求めよ。
- (b) 極板間の電位差 V を求めよ。

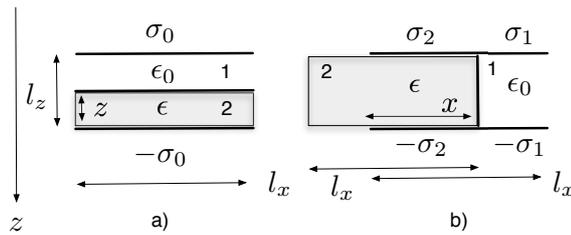


1. ある誘電体の内部での誘電分極 (密度) が $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ であるとき、分極電荷密度は $\rho_p(\mathbf{r}) = -\nabla \cdot \mathbf{P}(\mathbf{r})$ となる。²
- (a) このとき、「表面」分極電荷密度は $\sigma_p(\mathbf{r}) = \mathbf{n}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{P}(\mathbf{r})$ とあらわせることを示せ。ここで $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ は表面の法線ベクトルである。³
- (b) 半径 a の球の内部に一様に分極 $\mathbf{P} = P\hat{z}$ がある。表面分極電荷密度を求めよ。結果は、極座標で表示せよ。
2. 分極 $\mathbf{P} = P\hat{z}$ で一様に分極した誘電体の中に半径 a の球形の穴があるとき、穴の表面に生じる分極電荷が、穴の中心につくる電場を求めよ。
- 講義では、この結果を Clausius-Mosotti の関係式を導くのに用いる。
3. 平行に置かれた 2 枚の平らな導体板からなるコンデンサーを考える。導体板はどちらも x 、 y 軸方向の長さが l_x 、 l_y の長方形で、図のように z 軸に垂直に置かれている。互いの距離を l_z とする。コンデンサーの中には a)、b) のように誘電率 $\epsilon (> \epsilon_0)$ の誘電体 (領域 2) が部分的に入っている。この状態で系は固定されている。誘電体は x 、 y 軸方向の長さが l_x 、 l_y の直方体で、 z 軸方向の厚みは a)、b) で異なっている。また、b) では、 x 軸方向に長さ x の分だけがコンデンサーに入っていて、残りははみ出ている。誘電体以外の領域 (領域 1) は真空とする。導体板、誘電体の端の効果は無視し、電場、電気分極は z 軸に平行な成分しかないとする。導体板には $\pm Q$ 、ただし $Q = \sigma_0 l_x l_y$ の電荷が与えられている。

¹yoshino@cmc.osaka-u.ac.jp

²すなわち、誘電分極によって生じた電場 \mathbf{E}_p は $\nabla \cdot \mathbf{E}_p = \rho_p / \epsilon_0$ を満たす。

³ヒント：表面上の点 \mathbf{r} を含む微小領域 δV に含まれる表面上の微小領域 (2 次元) を δS とするとき、電荷密度と「表面」電荷密度の関係は $\int_{\delta V} d^3 r \rho(\mathbf{r}) = \int_{\delta S} dS \sigma(\mathbf{r})$ である。



- (1) 誘電体が入っていない場合の、電場の大きさ E_0 、静電容量 C_0 、静電場のエネルギー U_0 を求めよ。また、導体板に働く単位面積あたりの応力を方向を含めて求めよ。
- (2) a) の場合の電場 $\mathbf{E}(z)$ 、静電容量 C 、静電場のエネルギー U を求めよ。結果は見やすくするために U_0 、 E_0 、 C_0 、体積 $V = l_x l_y l_z$ 、誘電率の比 ϵ/ϵ_0 、 z/l_z を用いて表せ。また、誘電体と真空との境界面に働く応力を方向を含めて求めよ。(真空、誘電体の両サイドからの寄与があることに注意。)⁴
- (3) b) の場合についても同様に考えよ。ただし、 z/l_z のかわりに x/l_x が自然なパラメータになることがわかるだろう。仮にコンデンサー内に入る長さ x が可変であるとする (x 軸方向の長さ l_x は固定)、どうなると予想されるか議論せよ。

⁴実験の YouTube 動画:<https://www.youtube.com/watch?v=cSjbZ-LFdW0>