

## 電磁気学 1 演義 第 5 回 アドバンストクラス追加問題

国際単位系 (SI) が 2019 年 5 月 20 日 (本日!) に改定される。(5 月 20 日は世界計量記念日である。) 以下では, 改定前のものを旧 SI, 改定後のものを新 SI と呼ぶことにする。旧 SI では主な単位は次のように定義されていた。

時間:  $^{133}\text{Cs}$  原子の基底状態の超微細遷移周波数を

$$9\,192\,631\,770\text{ Hz} \quad (1)$$

とする。

(注) いわゆる原子時計。もちろん,  $1\text{ Hz} = 1\text{ s}^{-1}$  である。

長さ: 真空中の光速を

$$c = 299\,792\,458\text{ m/s} \quad (2)$$

と定義する。

(注) 秒が上のように定義されているから, これでメートルが定義されることは明白であろう。

質量: 国際キログラム原器 (IPK) の質量を  $1\text{ kg}$  とする。

電流: 真空中に  $1\text{ m}$  の間隔で平行に置かれた無限に細い円断面の無限に長い 2 本の直線状導体に長さ  $1\text{ m}$  あたり  $2 \times 10^{-7}\text{ N}$  の力を及ぼし合う電流を  $1\text{ A}$  とする。

(注) 距離  $R$  だけ離れた平行直線電流  $I_1$  と  $I_2$  に働く単位長さあたりの力は,

$$F_{\text{単位長さ}} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} \quad (3)$$

であるから, 上の電流の定義は, 真空の透磁率 (磁気定数ともいう) を

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{ H/m} \quad (4)$$

と定義することと同じである。(  $\text{H} = \text{Wb/A} = \text{J/A}^2$  ) また, 真空の誘電率 (電気定数ともいう)  $\epsilon_0$  も, 厳密な関係式  $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$  により, 定義から導かれる厳密値となっている。

これらの定義が新 SI では以下のようになる。

時間: 変更なし。

長さ: 変更なし。

質量: プランク定数を

$$h = 6.626\,070\,15 \times 10^{-34}\text{ J s} \quad (5)$$

と定義する。

(注)  $E = h\nu$  と  $E = mc^2$  から,  $h$  (および  $c$  と秒) を定義すれば,  $\text{kg}$  を定義できることがわかるだろう。IPK という人工物からプランク定数という物理定数への定義の変更は概念的に

重大な意味を持つ。また、IPK の質量が 100 年程度の期間でおよそ  $50\mu\text{g}$  変動しているおそれがあることが分かったこともこの改定の理由である。

電流: 素電荷 (電子の電荷の絶対値) を

$$e = 1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (6)$$

と定義する。

(注)  $A=C/s$  であるから、これで電流の定義を置き換えることができる。

さて、新 SI では  $\mu_0$  は測定量である。原理的には式 (3) を用いて力の測定を行えば  $\mu_0$  を決定できるが、現実的ではない。ここでは既存の微細構造定数の精密測定の結果から新 SI のもとでの  $\mu_0$  の値を求めよう。微細構造定数  $\alpha$  は電磁気力の強さの指標となる無次元量で、

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad (7)$$

で定義される。ここで  $\hbar = h/(2\pi)$  である。(微細構造定数については量子力学の講義で説明があるだろう。近似値  $\alpha \simeq 1/137$  は物理学を学ぶものの常識である。)

1.  $\mu_0$  を  $c, h, e$  および  $\alpha$  を用いて表せ。
2.  $\alpha$  は電子の異常磁気能率等の測定から、

$$\alpha = 7.297\ 352\ 5664(17) \times 10^{-3} \quad (8)$$

と決定されている。括弧内の数値は誤差が、

$$\pm 0.000\ 000\ 0017 \times 10^{-3} \quad (9)$$

であることを表す。この  $\alpha$  の測定値と新 SI の  $c, h, e$  の定義値を用いて、 $\mu_0$  を計算し、式 (4) の旧 SI の定義値と比較せよ。計算精度に注意して、電卓、Mathematica 等で計算すればよい。(式 (4) を用いてもほとんど問題ないことがわかるだろう。)

ここで説明したもの以外に、ケルビン、モルの定義も改定される。それぞれ、ボルツマン定数が  $k = 1.380\ 649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 、後者はアボガドロ定数が  $N_A = 6.022\ 140\ 76 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ 、と定義されることになる。これらも含めて、新 SI の定義は高度な物理学の知見によるものであり、各自でより詳しく調べてみるとよい。