

電磁気学1 演義 第5回 アドバンストクラス追加問題

電離した気体(プラズマ)中の弱い電磁波について考えよう。(考えている波長スケールでは)気体は一様かつ中性で、電荷密度はゼロと見做すことにする。マクスウェル方程式から、電場 \mathbf{E} の従う方程式は、

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \quad (1)$$

となる。(スタンダードクラス問題(1)参照。)

1. 電流密度 \mathbf{j} は電子の運動によって生じる。(イオンは重いので、無視できる。) 電子の速度は遅く、ローレンツ力の磁場の寄与を無視できるとして、 $\partial \mathbf{j} / \partial t$ を \mathbf{E} で表せ。ただし、電子の質量、電荷、数密度を m_e , $-e$, n_e とする。
2. $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$ (\mathbf{E}_0 は定数ベクトル) と置いて、 $k = |\mathbf{k}|$ を ω で表せ。ただし \mathbf{k} は実ベクトルとする。
3. $\omega < \omega_p$ では k が虚数になるような ω_p を求めよ。 ω_p は「**プラズマ角振動数**」と呼ばれる。
4. 電離層での ω_p の値を求めよ。ただし、電離層で $n_e = 1.0 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$ とする。(有効数字2桁。)

スタンダードクラス問題で考えた k の虚部の物理的意味から、 ω_p 未満の角振動数の電波では人工衛星との通信が困難であることがわかるだろう。