

1. 速度に比例する抵抗がある場合の落体の運動について考える．運動方程式は

$$m \frac{dv}{dt} = -\gamma v - mg.$$

- (a) 運動方程式を直接解かずに，落体の力学的エネルギーの時間変化率を落体の速度で表わせ．
- (b) 十分に時間が経過した後の，落体の力学的エネルギーの時間変化率を求めよ．
- (c) 失われたエネルギーはどこへいったのか．
- (d) 抵抗の無い場合を考えよ．
2. 力 F の作用に下にある質点が，点 A から点 B まで移動したときにこの力がした仕事は， $W(A \rightarrow B) = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ である． $W(A \rightarrow B)$ が端点 A, B にのみ依存する場合，この力を保存力とよぶ．(一般にこの線積分は途中の経路に依存する．)

- (a) 1次元の問題の場合，力が位置のみの関数，すなわち $F = F(x)$ ならば，保存力であることを示せ．
- (b) 力 F が位置のみの関数であるとする．すなわち， $F = F(\mathbf{r})$ ． $W(A \rightarrow B)$ が経路に依存しないことは，任意の閉じた経路 C について

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0 \quad (1)$$

と同値であることを示せ．

- (c) 式 (1) と $\nabla \times \mathbf{F} = 0$ が同値であることを示せ．(ヒント: Stokes の定理)
- (d) 摩擦力や抵抗力は保存力でないことを示せ．(式 (1) が成り立たないことを示せばよい．)