2007年度 力学1演義 (アドバンス) 問題 No. 3 (2007/04/27)

1. スタンダード No. 3 の問題 2 の続きを考える．
   (a) $x(t = 0) = 0$，$v(t = 0) = 0$ として，$x(t)$ を求めよ．さらに，この解を用いて，$\tau \equiv m/\gamma$ および $1/\omega$ と比較して充分短い時間，すなわち $t/\tau \ll 1$ かつ $\omega t \ll 1$ での，運動の様子を調べよ．
   (b) 上で調べた $t/\tau \ll 1$ および $\omega t \ll 1$ での運動の様子を，運動方程式から直接導け．(この条件で運動方程式を近似し，それを解く．)

2. 温度が一定で，決った量の (理想) 気体の体積 V と圧力 P は次の微分方程式に従う．
$$\frac{dV}{dP} = -\frac{V}{P}\,.$$
   変数分離によりこれを解き，ボイル (Boyle) の法則を導け．

3. 微分方程式
$$\frac{dy}{dx} = g(y/x)$$
   を変数分離形に書き直せ．(ヒント: $u = y/x$ とせよ．)

4. 速度の $a(> 0)$ 乗に比例した抵抗を受けて運動している物体がある．適当に無次元化すると，運動方程式は，
$$\frac{dv}{dt} = -v^a \qquad (v \geq 0)\,.$$
   初期条件を $v(t = 0) = v_0(> 0)$，$x(t = 0) = 0$ とする．
   (a) 速度 v を時間 t の関数として表わせ．有限の時間で停止するような a の範囲を求めよ．
   (b) 速度 v を距離 x の関数として表わせ．有限の距離で停止するような a の範囲を求めよ．