

**研究目的**

本欄には、研究の全体構想及びその中で本研究の具体的な目的について、冒頭にその概要を簡潔にまとめて記述した上で、適宜文献を引用しつつ記述し、特に次の点については、焦点を絞り、具体的かつ明確に記述してください。（記述に当たっては、「科学研究費補助金（基盤研究等）における審査及び評価に関する規程」（公募要領 56 頁参照）を参考にしてください。）

- ① 研究の学術的背景（本研究に関連する国内・国外の研究動向及び位置づけ、応募者のこれまでの研究成果を踏まえ着想に至った経緯、これまでの研究成果を発展させる場合にはその内容等）
- ② 研究期間内に何をどこまで明らかにしようとするのか
- ③ 当該分野における本研究の学術的な特色・独創的な点及び予想される結果と意義

**研究目的（概要）※ 当該研究計画の目的について、簡潔にまとめて記述してください。**

本研究の目的は、弦理論の量子効果を完全に取り込んだ場合に時空の描像がどのように変更されるかを明らかにすることである。一般相対論で記述される重力は時空の計量という幾何学的な量の力学である。弦理論はこの一般相対論の量子論であるので、その量子効果を完全に取り込んだ場合には、時空多様体と計量という従来の古典的な描像は大幅に変更を受け、新しい「幾何学的」対象になると期待される。これが明らかになれば、重力を含む物理を記述する画期的な枠組みになるであろう。

**量子重力理論としての弦理論** まず、本研究の対象となる弦理論とはどのようなものかを説明する。現在、重力の理論として最も成功したものは Einstein の一般相対論である。これは重力場のモデルとして時空多様体の上の長さを計る計量をもってきたものであって、重力理論が時空の幾何学として記述した非常にエレガントな理論である。

一方、場の量子論は素粒子の物理を記述するのに非常に成功した理論である。そのため、自然な流れとして「重力場」を場の量子論の枠組みで記述しようとする試みは様々な方法でなされてきた。ただし重力理論が素朴な意味で繰り込み不可能なので、このような量子重力理論を作るためには新しいアイデアが必要となる。そのような試みのうち現在までで最も成功した量子重力理論は弦理論である。本研究では量子重力理論としての弦理論を研究対象とする。

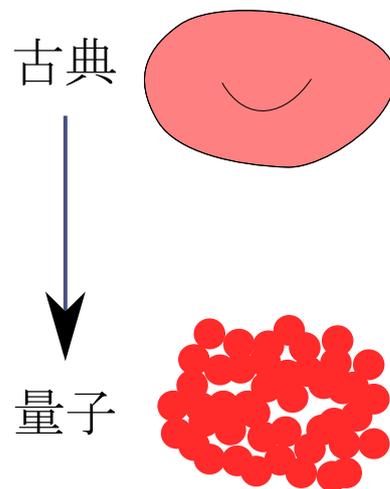


図 1: 古典論から量子論へ、時空の描像の変化の素朴な期待

**弦理論における時空の描像：素朴な期待** さて、古典的な重力理論は計量という幾何学量の力学を考えたが、それが弦理論という量子論になった場合、どのような変更を受けるだろうか。一つの素朴な期待は時空が何らかの意味で**離散化**されるということである。このような離散化は様々な量子論で起こっている。例えば、コンパクトな電磁場に対する電荷、磁荷は離散化される。また、統計力学において古典的には相空間の体積として定義される「状態数」は量子論では整数になる。このような離散化が弦理論における時空でも実際に起こっているのか、起こっているとすれば、それがどのような形で起こっているのか、それが本研究で明らかにしたいことである。

**弦理論における時空の描像：これまでの研究** これまでの様々な研究において特殊な状況においては実際このような離散化が起こっていることが分かりつつある。代表的な例は [1] の Calabi-Yau 結晶の例、そして [2] のバブリング時空の例である。

Calabi-Yau 結晶の例はトポロジックな弦理論と呼ばれる弦理論の中で起こっている。この弦理論は比較的やさしく解くことができる場合がある。その場合に、完全な量子論の分配関数は、ある種の**結晶溶解模型**の分配関数と同じだということが示されている。しかもその古典極限で結晶の溶解面が時空となっているというのである。この描像は量子状態の数え上げという統計力学の問題と深く関係して

## 研究目的 (つづき)

おり、したがってブラックホールのエントロピーとも関係している。「状態数の離散化」が時空の離散化の種になっている一つの例である。

もう一つの例であるバブリング時空は、AdS/CFT 対応から導かれたものである。漸近的に AdS 時空になり、超対称性を半分保つ古典重力解を調べてみると自由フェルミ粒子の量子力学の相空間の様子が時空に現れている。フェルミ粒子の個数は整数だが、これが時空の立場からは電荷磁荷の量子化となっている。このフェルミ粒子は**行列量子力学**において固有値の座標になっている。また、[3] では、Wilson loop の AdS/CFT 対応を考えることにより、**行列積分**の固有値分布が時空に現れ、その固有値の個数が電荷磁荷の量子化により整数になることが示されている。「電荷磁荷の離散化」が時空の離散化の種になっている例である。

**到達目標：** 本研究では、4 年間で次のような結果を出すことを目標とする。

- コンパクトな Calabi-Yau 多様体での結晶溶解模型、あるいは別の組み合わせ論的な模型の構成。
- AdS 時空上の弦理論における超対称性を保つ物理量の計算、およびその結果から行列模型、あるいは別の離散的な模型の構成。

まず、第一のコンパクトな Calabi-Yau 多様体についてである。弦理論を Calabi-Yau 多様体でコンパクト化したときにでてくる 4 次元の理論で重力定数が有限であるためには、Calabi-Yau 多様体はコンパクトでなければならない。しかし現状分配関数が完全に量子論的に計算され、結晶溶解模型が提唱されている例は非コンパクトな場合のみである。これをコンパクトな場合に出来れば**量子重力理論のミクロな構造、特にブラックホールの統計力学を完全な形で書き下すことが出来るであろう。**

一方の AdS 時空上の弦理論については、ゲージ理論側からの計算は多く行われているものの、弦理論自体の量子効果の計算は現状ほとんど行われていない。これは、ある種の困難があるからなのだが、**超対称性を保つ物理量に関しては局所化の方法を使って計算できると期待できる。**実際、ゲージ理論側では局所化の方法で Wilson loop の期待値などが厳密に計算され、行列模型で書けることが示されている。AdS 時空上の弦理論で局所化の方法を使って物理量を厳密に計算することが、本研究の目標の一つである。これらが計算できれば、**それを行列模型やその他の離散的な模型を使って表すことにより量子重力理論を記述できるはずである。**

もう少し野心的な目標として、これら 2 つの方向をもっと推し進めていくことにより、それらを統一的に理解できるような枠組みが出来れば興味深い。これは、さらに一般の弦理論において、量子論での時空の描像の変更を記述することへの大きな一歩である。

- [1] A. Okounkov, N. Reshetikhin and C. Vafa, “Quantum Calabi-Yau and classical crystals,” arXiv:hep-th/0309208.
- [2] H. Lin, O. Lunin and J. M. Maldacena, “Bubbling AdS space and 1/2 BPS geometries,” JHEP **0410** (2004) 025 [arXiv:hep-th/0409174].
- [3] S. Yamaguchi, “Bubbling geometries for half BPS Wilson lines,” Int. J. Mod. Phys. A **22** (2007) 1353 [arXiv:hep-th/0601089].

## 研究計画・方法

本欄には、研究目的を達成するための具体的な研究計画・方法について、冒頭にその概要を簡潔にまとめて記述した上で、平成22年度の計画と平成23年度以降の計画に分けて、適宜文献を引用しつつ記述してください。ここでは、研究が当初計画どおりに進まない時の対応など、多方面からの検討状況について述べるとともに、次の点についても、焦点を絞り、具体的かつ明確に記述してください。

- ① 本研究を遂行する上での具体的な工夫（効果的に研究を進める上でのアイデア、効率的に研究を進めるための研究協力者からの支援等）
- ② 研究計画を遂行するための研究体制について、研究代表者及び必要に応じて研究協力者（海外共同研究者、科学研究費への応募資格を有しない企業の研究者、大学院生等（氏名、員数を記入することも可））の具体的な役割（図表を用いる等）
- ③ 研究代表者が、本研究とは別に職務として行う研究のために雇用されている者である場合、または職務ではないが別に行う研究がある場合には、その研究内容と本研究との関連性及び相違点

**研究計画・方法（概要）** ※ 研究目的を達成するための研究計画・方法について、簡潔にまとめて記述してください。弦理論において、量子効果を取り入れた研究が可能な場合としてトポロジ的弦理論、および AdS/CFT 対応のそれぞれの方向から、時空の描像がどのように変更を受けるかについてアプローチする。トポロジ的弦理論では正則アノマリーを用いた分配関数の計算と結晶模型との関連を調べる。AdS/CFT 対応については、AdS 時空の弦理論の物理量を局所化を用いて計算する方法を確立し、それと行列模型などとの関係性を調べる。

### ● 平成 22 年度

トポロジ的弦理論の正則アノマリーと結晶模型の関係について調べる。BCOV[1] によって発見された正則アノマリーはトポロジ的弦理論の背景依存性を示すものと考えられている。またコンパクトな Calabi-Yau 多様体上のトポロジ的弦理論の分配関数を計算する手段として有用である。

一方で結晶模型の方では背景依存性は「壁越え (Wall Crossing)」として知られており、近年盛んに研究されている。

これらを踏まえて、まず結晶模型が知られている例で正則アノマリーの方法を使って分配関数を計算する。これには [2] など開発した方法が有用である。この計算結果を解析し、実際知られている壁越え現象とどう関係するのかを見出す。壁越えの研究は今のところ数学の方で進んでいるので、数学者とも連携を密にとっていく。

その後これらの計算で得られたテクニックを応用し、コンパクトな Calabi-Yau 多様体の計算に着手する。正則アノマリーを使った計算では、初期条件の不定性が最大の困難だが、壁越え現象からの情報、あるいは、Moduli 空間のオービフォールド点での情報を引き出し、コンパクトな Calabi-Yau 多様体のトポロジ的弦理論を量子効果を完全に含めて解くことを目指す。これが完成すれば非常に大きなインパクトがあると思われる。

### ● 平成 23 年度以降

コンパクトな Calabi-Yau 多様体の計算については、難航も予想されるので平成 23 年度以降も続けて計算を行っていく。この際、出来たところまでの成果を積極的に発表し、他の研究者の意見を聞いて新しいアイデアを取り入れていく。

それとともに AdS/CFT 対応における計算も進めていく。まずやることは、弦理論での超対称性を保つ物理量の局所化による計算である。局所化の方法は超対称性を保つ物理量を計算する際の撰

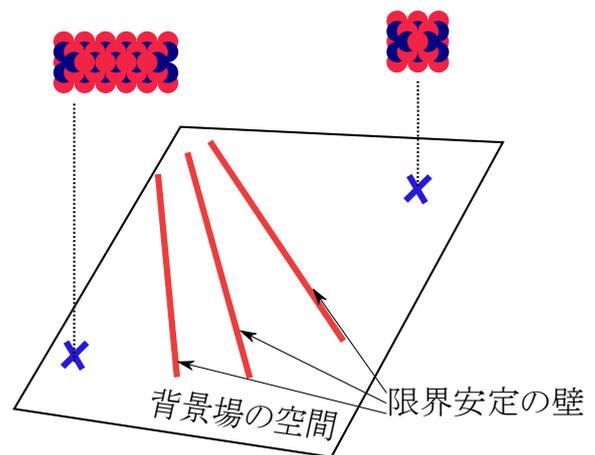


図 2: 結晶模型と背景の Moduli 空間。「限界安定の壁」を越えるたびに結晶模型の様相が変化する。

### 研究計画・方法 (つづき)

動論によらない強力な方法である。例えば最近の例では、4次元の  $N = 4$  の超対称 Yang-Mills 理論の Wilson ループを局所化により厳密に計算した例 [3] がある。局所化とは大ざっぱに言えば (無限次元の) 積分で表される物理量を変えないように理論を変形し、鞍点法が厳密になるようなところにもっていくことにより、物理量を厳密に計算する方法である。この局所化の方法を AdS 時空中の弦理論に応用したい。例えば Wilson ループに対応するような弦の振幅を計算できれば、AdS 時空中の弦理論としては初めての量子論的に厳密な結果であり、それだけで大きなインパクトがある。さらに、Wilson ループ以外の物理量、例えばサーフェス演算子の期待値なども局所化による厳密な計算を試みる。そしてそれらの結果を再現するような新しい離散的な模型を考察し、それと時空との関係を調べる。この際 LLM のバブリング時空のような古典的な超重力理論の解と量子論的な模型とのつながりを深く考察し、古典的になめらかで連続的な時空が量子論ではどのようにして離散化されていくのかを明らかにしたいと考えている。

これらの研究成果が出れば、それを踏まえて次にやりたいことは量子重力理論としての弦理論の時空を取り扱う普遍的な枠組みをつくることである。トポロジ的弦理論の結晶模型や AdS 時空中の弦理論の行列模型などの弦理論の様々な場面で現れる離散的な時空の描像はそれだけで興味深いことだが、弦理論全体として普遍的にある離散的な構造を探ることはより重要であり野心的な課題である。

これを達成するためには様々な格子模型や統計力学系、組み合わせ論などについてのさらなる理解が不可欠である。そのために、これらの分野の専門家とも議論を活発にしていきたいと考えている。また、これらの模型は一般に解析的な方法では解けないかもしれない。そのような可積分でない模型にアプローチするために、**数値計算**による方法なども視野に入れて進めていく。

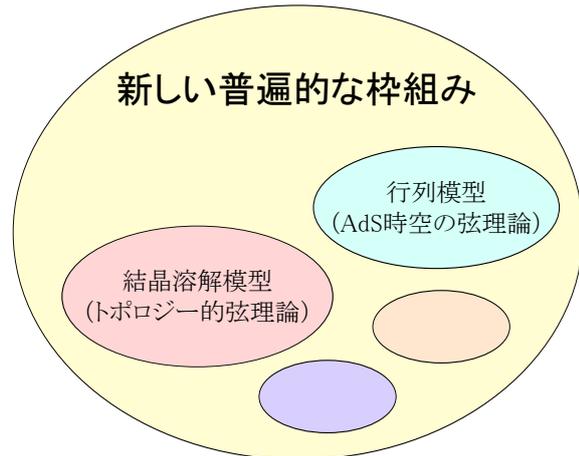


図 3: 結晶溶解模型や行列模型を含む大きな枠組み。他にも様々な離散的な模型を含むと考えられる。

- [1] M. Bershadsky, S. Cecotti, H. Ooguri and C. Vafa, “Kodaira-Spencer theory of gravity and exact results for quantum string amplitudes,” Commun. Math. Phys. **165** (1994) 311 [arXiv:hep-th/9309140].
- [2] S. Yamaguchi and S. T. Yau, “Topological string partition functions as polynomials,” JHEP **0407** (2004) 047 [arXiv:hep-th/0406078].
- [3] V. Pestun, “Localization of gauge theory on a four-sphere and supersymmetric Wilson loops,” arXiv:0712.2824 [hep-th].

**このページは、若手研究（A）で応募する研究者のみ記述  
 <若手研究（B）で応募する場合は、空欄のまま提出してください。>**

**今回の研究計画を実施するに当たっての準備状況等**

- 本欄には、次の点について、焦点を絞り、具体的かつ明確に記述してください。
- ① 本研究を実施するために使用する研究施設・設備・研究資料等、現在の研究環境の状況
  - ② 研究協力者がいる場合には、必要に応じその者との連絡調整の状況など、研究着手に向けての状況
  - ③ 本研究の研究成果を社会・国民に発信する方法等

**研究活動状況の状況及び本研究計画との関連性**

現在、参画している研究の状況（研究費の種類、研究期間、研究課題、研究内容、役割分担内容）と今回応募している本研究計画との関連性を具体的に記述してください。

**これまでに受けた研究費とその成果等**

- 本欄には、研究代表者がこれまでに受けた研究費（科学研究費補助金、所属研究機関より措置された研究費、府省・地方公共団体・研究助成法人・民間企業等からの研究費等。なお、現在受けている研究費も含む。）による研究成果等のうち、本研究の立案に生かされているものを選定し、科学研究費補助金とそれ以外の研究費に分けて、次の点に留意し記述してください。
- ① それぞれの研究費毎に、研究種目名（科学研究費補助金以外の研究費については資金制度名）、期間（年度）、研究課題名、研究代表者又は研究分担者の別、研究経費（直接経費）を記入の上、研究成果及び中間・事後評価（当該研究費の配分機関が行うものに限る。）結果を簡潔に記述してください。
  - ② 科学研究費補助金とそれ以外の研究費は線を引いて区別して記述してください。

研究機関名 | 大阪大学

研究代表者氏名 | 山口哲

## 研究業績

本欄には、これまでに発表した論文、著書、産業財産権、招待講演のうち、主要なものを選定し、現在から順に発表年次を過去にさかのぼり、通し番号を付して記入してください。なお、学術誌へ投稿中の論文を記入する場合は、掲載が決定しているものに限ります。

## 発表論文名・著書名 等

(例えば発表論文の場合、論文名、著者名、掲載誌名、査読の有無、巻、最初と最後の頁、発表年(西暦)について記入してください。)(以上の各項目が記載されていれば、項目の順序を入れ替えても可。著者名が多数にわたる場合は、主な著者を数名記入し以下を省略(省略する場合、その員数と、掲載されている順番を○番目と記入)しても可。なお、研究代表者には下線を付してください。)

1. D. Gang, J.-S. Park, and S. Yamaguchi, "Operator with large spin and spinning D3-brane," arXiv:0908.3938 [hep-th], JHEP に掲載が決定している. 査読あり論文.
2. S. Yamaguchi, "Surface operators and AdS/CFT correspondence," Joint SKKU/CQeST Workshop on String/M-theory and related topics, Jun. 12-13, 2009 SKKU, Suwon Natural Science Campus, KOREA, 招待講演.
3. E. Koh and S. Yamaguchi, "Surface operators in the Klebanov-Witten theory," *JHEP* **06** (2009) 070, arXiv:0904.1460 [hep-th]. 査読あり論文.
4. S. Yamaguchi, "AdS/CFT 対応とサーフェス演算子," KEK 理論研究会 2009, Mar 16-19, 2009 KEK, 招待講演.
5. S. Yamaguchi, "BPS non-local operators in AdS/CFT correspondence," Taiwan String Theory Workshop 2009, Jan. 19-21, 2009 National Taiwan University, 招待講演.
6. E. Koh and S. Yamaguchi, "Holography of BPS surface operators," *JHEP* **02** (2009) 012, arXiv:0812.1420 [hep-th]. 査読あり論文.
7. S.-J. Rey, T. Suyama, and S. Yamaguchi, "Wilson Loops in Superconformal Chern-Simons Theory and Fundamental Strings in Anti-de Sitter Supergravity Dual," *JHEP* **03** (2009) 127, arXiv:0809.3786 [hep-th]. 査読あり論文.
8. D. Gang and S. Yamaguchi, "Superconformal defects in the tricritical Ising model," *JHEP* **12** (2008) 076, arXiv:0809.0175 [hep-th]. 査読あり論文.
9. S. Yamaguchi, "Superconformal defects in tricritical Ising model," Summer Institute 2008, Aug 3-13, 2008, 人材開発センター富士研修所, 招待講演.
10. S. C. Park and S. Yamaguchi, "Inflation by non-minimal coupling," *JCAP* **0808** (2008) 009, arXiv:0801.1722 [hep-ph]. 査読あり論文.
11. S. Yamaguchi, "D-branes in AdS/CFT," Focus Program on Liouville, Integrability and Branes (4), Dec 11-24, 2007 APCTP Headquarters, POSTECH, Pohang, KOREA, 招待講演.
12. S. Yamaguchi, "Semi-classical open string corrections and symmetric Wilson loops," *JHEP* **06** (2007) 073, arXiv:hep-th/0701052. 査読あり論文.
13. T.-S. Tai and S. Yamaguchi, "Correlator of fundamental and anti-symmetric Wilson loops in AdS/CFT correspondence," *JHEP* **02** (2007) 035, arXiv:hep-th/0610275. 査読あり論文.
14. S. Yamaguchi, "Wilson loops of anti-symmetric representation and D5-branes," *JHEP* **05** (2006) 037, arXiv:hep-th/0603208. 査読あり論文.

## 研究業績 (つづき)

15. S. Yamaguchi, “Bubbling geometries for half BPS Wilson lines,” *Int. J. Mod. Phys. A* **22** (2007) 1353–1374, arXiv:hep-th/0601089. 査読あり論文.
16. S. Yamaguchi and S.-T. Yau, “Topological string partition functions as polynomials,” *JHEP* **07** (2004) 047, arXiv:hep-th/0406078. 査読あり論文.
17. J. M. Figueroa-O’Farrill, T. Kawano, and S. Yamaguchi, “Parallelisable heterotic backgrounds,” *JHEP* **10** (2003) 012, arXiv:hep-th/0308141. 査読あり論文.
18. T. Kawano and S. Yamaguchi, “Dilatonic parallelizable NS-NS backgrounds,” *Phys. Lett. B* **568** (2003) 78–82, arXiv:hep-th/0306038. 査読あり論文.
19. S. Yamaguchi, “AdS branes corresponding to superconformal defects,” *JHEP* **06** (2003) 002, arXiv:hep-th/0305007. 査読あり論文.
20. T. Eguchi, Y. Sugawara, and S. Yamaguchi, “Supercoset CFT’s for string theories on non-compact special holonomy manifolds,” *Nucl. Phys. B* **657** (2003) 3–52, arXiv:hep-th/0301164. 査読あり論文.
21. Y. Hikida and S. Yamaguchi, “D-branes in pp-waves and massive theories on worldsheet with boundary,” *JHEP* **01** (2003) 072, arXiv:hep-th/0210262. 査読あり論文.
22. S. Yamaguchi, “Holographic RG flow on the defect and g-theorem,” *JHEP* **10** (2002) 002, arXiv:hep-th/0207171. 査読あり論文.
23. K. Sugiyama and S. Yamaguchi, “Coset construction of noncompact Spin(7) and  $G_2$  CFTs,” *Phys. Lett. B* **538** (2002) 173–179, arXiv:hep-th/0204213. 査読あり論文.
24. S. Yamaguchi, “Coset character identities in superstring compactifications,” *JHEP* **01** (2002) 023, arXiv:hep-th/0112004. 査読あり論文.
25. K. Sugiyama and S. Yamaguchi, “Cascade of special holonomy manifolds and heterotic string theory,” *Nucl. Phys. B* **622** (2002) 3–45, arXiv:hep-th/0108219. 査読あり論文.
26. S. Yamaguchi, “Noncompact Gepner models with discrete spectra,” *Phys. Lett. B* **509** (2001) 346–354, arXiv:hep-th/0102176. 査読あり論文.
27. K. Sugiyama and S. Yamaguchi, “D-branes on a noncompact singular Calabi-Yau manifold,” *JHEP* **02** (2001) 015, arXiv:hep-th/0011091. 査読あり論文.
28. S. Yamaguchi, “Gepner-like description of a string theory on a non-compact singular Calabi-Yau manifold,” *Nucl. Phys. B* **594** (2001) 190–208, arXiv:hep-th/0007069. 査読あり論文.
29. S. Yamaguchi, Y. Ishimoto, and K. Sugiyama, “AdS<sub>3</sub>/CFT<sub>2</sub> correspondence and space-time  $\mathcal{N} = 3$  superconformal algebra,” *JHEP* **02** (1999) 026, arXiv:hep-th/9902079. 査読あり論文.

テキスト