

力学1 演義 問題 第1回

1. $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ をベクトルとし、 \cdot は内積 (スカラー積)、 \times は外積 (ベクトル積) を表す。次の式を示せ。

(a) $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}$

(b) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a})$

2. 質点が振動していて、その時刻 t における位置 $x(t)$ が

$$x(t) = a \sin \omega t$$

と表されている。ただし、 a, ω は定数である。この質点の時刻 t における速度、および加速度を求めよ。

3. 空間内を質量 m の質点が鉛直下向きに一定の重力を受けて運動している。鉛直上向きを z 軸にとり、重力加速度を g とする。時刻 t での質点の位置を $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ とする。

(a) この質点の運動方程式を書け。

(b) 時刻 0 での位置と速度をそれぞれ $\mathbf{r}(0) = (0, 0, 0)$, $\dot{\mathbf{r}}(0) = (v_0, 0, 0)$ としたとき、時刻 t での位置を求めよ。

4. 水中を水の粘性抵抗力を受けて運動する質量 m の質点を考える。質点は x 軸上を動くとする。粘性抵抗力の大きさは速度の大きさに比例し、速度と逆向きに働くとする。つまり、 β を正の定数として $F_{\text{粘性抵抗}} = -\beta \dot{x}$ である。

(a) 運動方程式を書け。

(b) 時刻 0 で質点の位置と速度がそれぞれ $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$ であった場合に時刻 t での質点の位置 $x(t)$ を求めよ。

(c) 十分時間が経過した後、質点の位置はどうなるか？