

## 力学1 演義 問題 第2回

- 水中を重力と水の粘性抵抗力を受けて運動する質量  $m$  の質点を考える。鉛直上向きを  $z$  軸にとり、質点は  $z$  軸上を動くとする。粘性抵抗力の大きさは速度の大きさに比例し、速度と逆向きに働くとする。つまり、 $\beta$  を正の定数として  $F_{\text{粘性抵抗}} = -\beta\dot{z}$  である。重力加速度を  $g$  とする。
  - 運動方程式を書け。
  - 時刻  $0$  で質点の位置と速度がそれぞれ  $z(0) = 0, \dot{z}(0) = 0$  であった場合に時刻  $t$  での質点の位置  $z(t)$  を求めよ。
  - 十分時間が経過した後、質点の速度はどうなるか？
- バネ定数  $k$  のフックの法則に従うバネにつながれた、質量  $m$  の質点の運動を考える。質点は  $x$  軸上を動くとし、つり合いの位置を  $x = 0$  とする。質点はバネ以外からは力を受けないとする。
  - 運動方程式を書け。
  - 時刻  $t = 0$  で質点は  $x = a$  の位置にいて速度が  $0$  であったとする。時刻  $t$  での質点の位置を求めよ。
  - 質点の位置が  $x = 0$  に来た時の質点の速さ（速度の大きさ）を求めよ。
2. と同じようにバネにつながれた質点を考える。今度は、バネ以外に一定の外力  $f > 0$  を  $x$  軸の正の方向に受けている。
  - 時刻  $t = 0$  での位置、速度がそれぞれ  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$  であったとき、時刻  $t$  における位置  $x(t)$  を求めよ。
  - $x(t)$  の最大値、 $a$  を求めよ。
  - $t = T$  のとき、質点は  $x$  の最大値、 $x = a$  にいるとする。このとき、突然一定の外力が消えた。この後の質点の運動（時刻  $t > T$  における位置）を求めよ。
2. と同じようにバネにつながれた質点を考える。今度は、質点は水中にあり、粘性抵抗を受ける。粘性抵抗力は  $\beta$  を定数として  $F_{\text{粘性抵抗}} = -\beta\dot{x}$  とする。時刻  $t = 0$  で位置と速度がそれぞれ  $x(0) = a, \dot{x} = 0$  であった。時刻  $t$  における位置  $x(t)$  を
  - $\beta^2 - 4mk > 0$
  - $\beta^2 - 4mk < 0$
  - $\beta^2 - 4mk = 0$の場合にそれぞれ求めよ。