力学１演義 問題　第３回

1. オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ と指数関数の和の公式 $e^{i\alpha+i\beta} = e^{i\alpha}e^{i\beta}$ を用いて、cos に対する和の公式

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

を導け。

2. $x > 0$ で定義された関数 $f(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{a}{x}$ (k, a は正の定数) を考える。
   (a) この関数を最小とする x の値 x_0 と最小値 $f(x_0)$ を求めよ。
   (b) この関数のグラフの概形を描け。
   (c) $f(x)$ を $x = x_0$ のまわりで $(x - x_0)^2$ のオーダーまで Taylor 展開せよ。

3. バネ定数 k のフックの法則に従うバネにつながれた、質量 m の質点の運動を考える。質点は x 軸上を動くとし、つり合いの位置を $x = 0$ とする。質点はバネ以外からは力を受けないとする。
   (a) 運動方程式を書け。
   (b) 時刻 $t = 0$ で質点は $x = a$ の位置にいて速度が 0 であったとする。時刻 t での質点の位置を求めよ。
   (c) 質点の位置が $x = 0$ に来た時の質点の速さ（速度の大きさ）を求めよ。

4. 3. と同じようにバネにつながれた質点を考える。今度は、バネ以外に一定の外力 $f > 0$ を　x 軸の正の方向に受けている。
   (a) 時刻 $t = 0$ での位置、速度がそれぞれ $x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0$ であったとき、時刻 t における位置 $x(t)$ を求めよ。
   (b) $x(t)$ の最大値、a を求めよ。
   (c) $t = T$ のとき、質点は x の最大値、$x = a$ にいるとする。このとき、突然一定の外力が消えた。この後の質点の運動（時刻 $t > T$ における位置）を求めよ。

問題等は、

`http://www-het.phys.sci.osaka-u.ac.jp/~yamaguch/j/class.html`

にも置いておく。