力学１演義 問題　第２回

1. ２階の線形微分方程式
$$\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) = 0$$
を考える。ここで b, c は定数である。$x(t) = e^{\gamma t}$（γ は定数）が、この微分方程式の解であるとき、γ を b, c を用いて表せ。

2. 上の 1. が異なる二つの解 $\gamma = \gamma_1, \gamma_2$ を持つ場合を考える。非斉次線形微分方程式
$$\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) = f(t)$$
を考える。ここで b, c は定数である。$x(t) = x_0(t)$（γ は定数）が、この微分方程式の解であるとき、$x(t) = x_0(t) + C_1 e^{\gamma_1 t} + C_2 e^{\gamma_2 t}$ もこの微分方程式の解であることを示せ。ただし、C_1, C_2 は定数である。

3. 水中を水の粘性抵抗力を受けて運動する質量 m の質点を考える。質点は x 軸上を動くとする。粘性抵抗力の大きさは速度の大きさに比例し、速度と逆向きに働くとする。つまり、β を正の定数として $F_{\text{粘性抵抗}} = -\beta\dot{x}$ である。
   (a) 運動方程式を書け。
   (b) 時刻 0 で質点の位置と速度がそれぞれ $x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = v_0$ であった場合に時刻 t での質点の位置 $x(t)$ を求めよ。
   (c) 十分時間が経過した後、質点の位置はどうなるか？

4. 水中を重力と水の粘性抵抗力を受けて運動する質量 m の質点を考える。鉛直上向きを z 軸にとり、質点は z 軸上を動くとする。粘性抵抗力の大きさは速度の大きさに比例し、速度と逆向きに働くとする。つまり、β を正の定数として $F_{\text{粘性抵抗}} = -\beta\dot{z}$ である。重力加速度を g とする。
   (a) 運動方程式を書け。
   (b) 時刻 0 で質点の位置と速度がそれぞれ $z(0) = 0,\ \dot{z}(0) = 0$ であった場合に時刻 t での質点の位置 $z(t)$ を求めよ。
   (c) 十分時間が経過した後、質点の速度はどうなるか？