

# 電磁気学2 レポート問題 第6回

担当：山口 哲

提出締め切り：2017年1月27日金曜日

1. Lorentz 変換の係数  $a^\mu{}_\nu$  は、

$$\eta_{\mu\nu} = \eta_{\rho\sigma} a^\rho{}_\mu a^\sigma{}_\nu \quad (1)$$

を満たす。これから、 $\det a = \pm 1$  となることを示せ。また、 $a^0{}_0 \geq 1$  または  $a^0{}_0 \leq -1$  が成り立つことを示せ。(ヒント：(1) は、行列の積の形になっている。その両辺の  $\det$  を考えよ。また、 $\mu = \nu = 0$  の場合を書いてみよ。)

2.  $A^\mu$  を反変ベクトル、 $B_\mu$  を共変ベクトルとする。このとき  $A^\mu B_\mu$  がスカラーであることを示せ。
3.  $\Phi(x)$  をスカラー場とする。 $\partial_\mu \Phi(x)$  が共変ベクトル場であることを示せ。
4. 速度  $v$  で走る粒子があったとき、この速度を表すような4元反変ベクトル  $u^\mu$  を次の手順で求めよう。

(a) この粒子が静止して見える系を  $S'$  系とする。この系から見た場合、 $u'^\mu$  の空間成分は0と考えられるので、 $b$  を速度によらない定数として、 $u'^0 = b$ ,  $u'^i = 0$  としてみる。Lorentz 変換することにより、 $u^\mu$  を  $\beta = |v|/c$ ,  $v^i, b$  などを用いて表わせ。(ヒント：まずは  $v = (v, 0, 0)$  の場合を考えてみよ)

(b)  $|v| \ll c$  の場合、 $u^i \cong v^i$  になるように  $b$  を定めよ。

(c)  $u^\mu u_\mu$  がスカラーであることを確かめよ。

5. 電磁ポテンシャル  $\phi, \mathbf{A}$  に対して、4元ベクトルポテンシャル  $A^\mu(x)$  を  $A^0 = \phi/c$ ,  $A^i = A_i$ , ( $i = 1, 2, 3$ ) (ベクトル  $\mathbf{A}$  の  $i$  成分) とすると、 $A^\mu(x)$  は4元反変ベクトル場であることが知られている。このことを利用し、Lorentz 変換を用いることにより、 $x$  軸正方向に速さ  $v$  で走る電荷  $q$  を持つ荷電粒子の作る電磁ポテンシャルを求めよ。