

場の理論 I レポート問題 第三回

担当：山口哲

2010年7月14日出題、8月5日午後5時締切

問題 1

N 成分を持つスカラー場 $\phi^i(x)$, ($i = 1, \dots, N$) を考える。 $|\phi|^2 = \phi^i \phi^i$ として次のような作用を考える。

$$S = \int d^4x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi^i \partial^\mu \phi^i - \frac{1}{2} m^2 |\phi|^2 - \frac{\lambda}{8} (|\phi|^2)^2 \right], \quad (1)$$

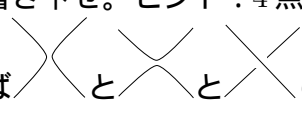
$$S_0 = \int d^4x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi^i \partial^\mu \phi^i - \frac{1}{2} m^2 |\phi|^2 \right]. \quad (2)$$

S および S_0 から定義される期待値を、それぞれ $\langle \rangle$ 、 $\langle \rangle_0$ とする。

1. ξ_{ij} が $\xi_{ij} + \xi_{ji} = 0$ を満たすとき、 $\delta_{\epsilon\xi} \phi^i = i\epsilon \xi_{ij} \phi^j$ が S の対称性であることを示せ。
2. この対称性のカレントと電荷を求めよ。
3. Fourier 変換

$$\phi^i(x) = \int_p \rho^i(p) e^{ip \cdot x} \quad (3)$$

を考える。ただし、 $\int_p = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}$ である。 S_0 および S を ρ^i を用いて表せ。

4. 2点関数、 $\langle \rho^i(p) \rho^j(q) \rangle_0$ を求めよ。
5. 4点関数 $\langle \rho^i(p) \rho^j(q) \rho^k(r) \rho^\ell(s) \rangle_0$ を求めよ。
6. この理論での Feynman rule を書き下せ。ヒント：4点の頂点には、3つの項が出てくるが、それらを分けて、例えば  と と のようにしておくと、後の問題の見通しがよくなるかもしれない。
7. ϕ^j で作られる粒子を「粒子 j 」のように呼ぶことにする。また、例えば粒子 1 と粒子 2 が衝突して粒子 1 と粒子 2 になるような反応を $12 \rightarrow 12$ のように書くことにする。このとき、 $12 \rightarrow 34$ のような反応は起こるか？理由も含めて説明せよ。
8. $12 \rightarrow ij$ の全断面積（終状態についてすべて足し合わせる）を λ の最低次まで求めよ。

9. $11 \rightarrow ij$ の全断面積（終状態についてすべて足し合わせる）を λ の最低次まで求めよ。これらの結果から、11 の衝突と 12 の衝突のどちらが起こりやすいと言えるか？
10. 2 点関数 $\langle \rho^i(p) \rho^j(q) \rangle$ の λ の一次の補正を書き表せ。ただしループ積分（発散する）はそのままにしておいてよい。
11. λ が小さかったとしても N が十分大きいと摂動論は破綻する（信用できなくなる）。この理由を説明せよ。 N がどの程度より大きいとき摂動論は破綻するか？

参考

提出はスキャンしてメールで送る（ファイルが大きすぎないように注意）でもよいし、授業の際に提出、あるいは H 棟 H728 室の山口まで持ってきてもよい。問題等は以下のページにも置いておく。

<http://www-het.phys.sci.osaka-u.ac.jp/~yamaguch/j/class.html>