場の理論I レポート問題　第三回

担当：山口哲
2010年7月8日出題、7月30日午後5時締切

問題1

複素スカラー場 $\phi(x)$ を考える。すなわち、$\phi(x)$ とその複素共役 $\bar{\phi}(x)$ は二つの実スカラー場 $\phi_1(x), \phi_2(x)$ を使って

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1(x) + i\phi_2(x)), \tag{1}$$

$$\bar{\phi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1(x) - i\phi_2(x)) \tag{2}$$

と書かれている。次のような作用を考える。

$$S = \int d^4x \left[\partial_\mu\bar{\phi}\partial^\mu\phi - m^2\bar{\phi}\phi - \frac{\lambda}{4}\bar{\phi}^2\phi^2\right], \tag{3}$$

$$S_0 = \int d^4x \left[\partial_\mu\bar{\phi}\partial^\mu\phi - m^2\bar{\phi}\phi\right]. \tag{4}$$

S および S_0 から定義される期待値を、それぞれ $\langle\rangle$、$\langle\rangle_0$ とする。

1. $\delta_\epsilon\phi = i\epsilon\phi$ が S の対称性であることを示せ。

2. この対称性のカレントと電荷を求めよ。

3. $K \neq L$ のとき、$\langle\phi(x_1)\dots\phi(x_K)\bar{\phi}(y_1)\dots\bar{\phi}(y_L)\rangle = 0$ であることを、対称性を用いて示せ。

4. Fourier 変換

$$\phi(x) = \int_p \rho(p)e^{ip\cdot x}, \qquad \bar{\phi}(x) = \int_p \bar{\rho}(p)e^{-ip\cdot x} \tag{5}$$

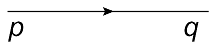
を考える。ただし、$\int_p = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}$ である。また、$\bar{\phi}$ が ϕ の複素共役であることから $\bar{\rho}(p)$ は $\rho(p)$ の複素共役である。S_0 および S を $\rho, \bar{\rho}$ を用いて表せ。

5. ２点関数、$\langle\rho(p)\bar{\rho}(q)\rangle_0$ を求めよ。

6. ４点関数 $\langle\rho(p)\rho(q)\bar{\rho}(r)\bar{\rho}(s)\rangle_0$ を求めよ。

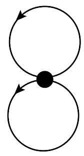
7. 摂動論をやるために次のような矢印付きの線をふくむ Feynman diagram を考える。

$$\langle \rho(p)\bar{\rho}(q)\rangle_0 =$$

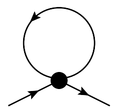


Feynman rule で頂点にはどのような種類があるか？

8. 次の真空泡 diagram の対称因子を求めよ。



9. ２点関数の１ループの補正、つまり次の diagram を１つの積分を含む式で書き表せ。さらに、適当な正則化を用いて積分を計算し、実際発散することを確かめよ。



参考

提出は授業の際、あるいは H 棟 H728 室の山口まで提出すること。問題等は以下のページにも置いておく。

http://www-het.phys.sci.osaka-u.ac.jp/~yamaguch/j/class.html