

# 1. Coulombの法則

講義ではベクトルを太字で表す。  
矢印を用いても良い(教科書は両方)。  
小テストや試験ではどちらかを必ず使ってベクトルであることがわかるように書かなければ減点。

## ○ベクトルとスカラー

スカラー: 大きさだけの量。エネルギー、電荷など。

ベクトル: 大きさと向きをもった量。力、運動量、電場、磁場など。

ベクトルの内積:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \equiv |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta$$

$$\mathbf{A} = (a_x, a_y, a_z),$$

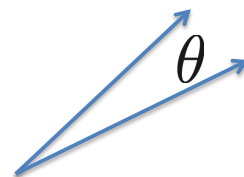
$$\mathbf{B} = (b_x, b_y, b_z),$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

内積の重要な性質:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0 \rightarrow \mathbf{A} \perp \mathbf{B}$$



## ○ベクトルの外積

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} \equiv \mathbf{C}$$

ただし、

$$|\mathbf{C}| = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \theta$$

$\frac{\mathbf{C}}{|\mathbf{C}|} = \mathbf{A}, \mathbf{B}$ に垂直で  $\mathbf{A}$  から  $\mathbf{B}$  に(内角が小さい側に)右ねじをまわしたときに進む方向への単位ベクトル

重要な性質

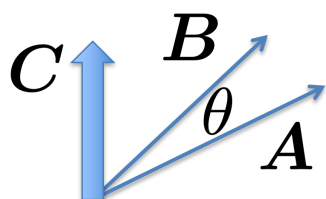
外積は反可換

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$$

$$\rightarrow \mathbf{A} \times \mathbf{A} = 0$$

分配則は成り立つ。

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \times \mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{C} + \mathbf{B} \times \mathbf{C}$$



## 単位ベクトルとその外積

$$\mathbf{e}_x = (1, 0, 0) \quad \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z, \quad (\mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x = -\mathbf{e}_z)$$

$$\mathbf{e}_y = (0, 1, 0) \quad \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x,$$

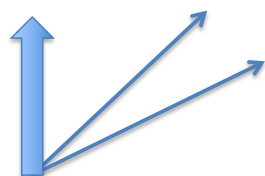
$$\mathbf{e}_z = (0, 0, 1) \quad \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (a_y b_z - a_z b_y) \mathbf{e}_x + (a_z b_x - a_x b_z) \mathbf{e}_y + (a_x b_y - a_y b_x) \mathbf{e}_z$$

つまり、外積の成分表示が得られた。

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

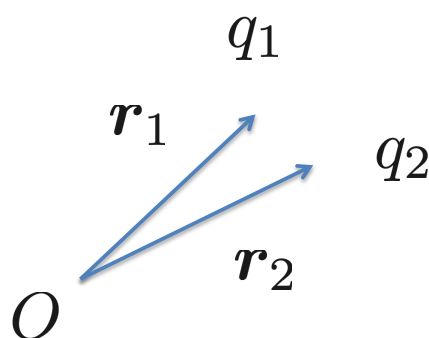
$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A}(t) \times \mathbf{B}(t)) = \frac{d\mathbf{A}(t)}{dt} \times \mathbf{B}(t) + \mathbf{A}(t) \times \frac{d\mathbf{B}(t)}{dt}$$



外積は順序を入れ替えないほうがよい。  
(入れ替えると符号が変わる。)

## ○Coulomb力

電荷  $q_1$  が電荷  $q_2$  から受ける力



$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{12} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \end{aligned}$$

次数をよく間違えるので注意。

単位ベクトル  $\hat{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|}$

電荷の単位

$$\text{C} = \text{A} \cdot \text{s}$$

真空の誘電率

$$\epsilon_0 = 8.854 \dots \times 10^{-12} \text{ m}^{-3} \text{ kg}^{-1} \text{ s}^4 \text{ A}^2$$

## ○遠隔作用と近接作用

Coulomb(クーロン)の法則

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

遠隔作用：電荷  $\Leftrightarrow$  電荷

近接作用：電荷  $\Leftrightarrow$  電場  $\Leftrightarrow$  電荷

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_1 &= q_1 \left[ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right] \\ &= \mathbf{E}_2 \quad (\text{N/C or V/m})\end{aligned}$$

静電場では同等。時間変化する場合  $\rightarrow$  電場のゆらぎ = 電磁波が生まれる  $\rightarrow$  近接作用が正しい。

Coulombの法則を「電場」で書き直そう  $\rightarrow$  次回

講義では説明しなかったが教科書には書いてあることまとめ

磁気現象、電気現象の発見とその歴史

クーロンの法則はどうして距離の逆2乗則なのか

極座標系の単位ベクトル

(微分がからむと大変混乱するので講義ではx,y,z 座標系のベクトルのみで話を進めます。ただし、極座標自体は使います。)

## 練習問題 1 (教科書 練習問題 1-1)

二つの等しい大きさの正電荷を10cm 離しておいたとき、この電荷に1Nの Coulomb力が働くとしたら、その電気量は何Cか？

(1Cの大きさを実感できるはず。)[有効数字1桁でよい]

## 練習問題2

$\boldsymbol{u} = (3, 2, 1)$ ,  $\boldsymbol{v} = (4, 5, 6)$  のとき  $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$  を計算せよ。

## 練習問題3

任意のベクトル  $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$  について次の等式が成り立つことを示せ。

$$\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C}) = \boldsymbol{B} \cdot (\boldsymbol{C} \times \boldsymbol{A})$$

小テストは来週から。

## まとめ no.1

[今日のまとめ]

0. 電磁気学で学ぶこと  
=Maxwell方程式の理解。

1.Coulombの法則

ベクトル復習(外積！)

Coulomb力

[次回]

Coulombの法則を  
連続的に電荷密度が分  
布する物体の体積積分と  
して理解する。

[教科書 p. 18-44]

[教科書 p. 1-18]