2004/6/14

電磁気学II(共通教育、田中担当クラス) レポート問題

提出期限: 6月28日の授業中に集める.

1. ベクトル場 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$，$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ について，$\nabla\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}\cdot\nabla\times\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}\cdot\nabla\times\boldsymbol{B}$ を示せ.

2. 一様に帯電した原点を中心とする半径 a の球の電場 (§ 1. 4，例題 2) の大きさを，中心からの距離 r の関数として図示せよ.

3. ポインティングベクトル $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}, t)$ について，
$$\frac{1}{c^2}\int dV\,\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}, t) \tag{1}$$
が運動量の次元を持つことを示せ.

4. $\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{A}) - \triangle\boldsymbol{A}$ を示せ.

5. 球対称な系であれば，静電ポテンシャルは動径 r のみの関数となる．すなわち，$\phi(\boldsymbol{r}) = \phi(r),\quad r = |\boldsymbol{r}|$ である.
   (a) このとき，
   $$\triangle\phi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi(r)}{dr}\right)$$
   であることを示せ．これは球座標でのラプラシアンの表式 (§ 1. 7，式 (32)) の特別な場合である.
   (b) 上の結果を利用して，真空中で静電ポテンシャルが $-e^{-r/a}/(\varepsilon_0 r)$ となるような電荷分布を求めよ.

6. 電気双極子 $\boldsymbol{p}_1$ が原点にあり，電気双極子 $\boldsymbol{p}_2$ が点 $\boldsymbol{r}$ にあるときの，電気双極子間のエネルギーを求めよ．さらに，$\boldsymbol{p}_1$ と $\boldsymbol{p}_2$ の向きが，$(\Rightarrow\quad\Rightarrow)$，$(\Rightarrow\quad\Leftarrow)$，$(\Uparrow\quad\Uparrow)$，$(\Uparrow\quad\Downarrow)$ の 4 つの場合について，2 つ電気双極子間に働く力が引力か斥力か調べよ.

7. 厚さ $2d$ の薄い誘電体の板が一様に法線方向に分極している．法線を z 軸にとると $\boldsymbol{P} = P\hat{\boldsymbol{z}}$ である．(この分極は外場がなくても存在する永久分極であるとする．)
   (a) この誘電体の分極表面電荷密度，分極体積電荷密度を求めよ.
   (b) 誘電体内外の $\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{E}$ を求めよ.
   (c) 誘電体内外の静電ポテンシャルを求めよ.
   (d) この系を平行板コンデンサーと比較せよ.

8. 極板間の距離 d_1 の平行板コンデンサーを誘電率 ε の固体誘電体で満し，電源をつなぎ極板間の電位差を V_1 とした．電源を切離し，極板間の距離を d_2 に拡げた。(誘電体のない部分の距離は $d_2 - d_1$ である．) このときの極板間の電位差を求めよ.