2006年度 電磁気学II 期末試験問題 (2006/7/24)

1. (a) $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\nabla\phi(\boldsymbol{r})$ と書けるならば，$\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$ であることを示せ．

   (b) $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \nabla \times \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ と書けるならば，$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ であることを示せ．

2. 半径 a, b $(a < b)$ の無限に長い同軸導体円筒の静電場について，その中心軸を z 軸とする円柱座標 (r, φ, z) で考える．系の対称性から，静電ポテンシャルは r のみの関数，$\phi = \phi(r)$ である．

   (a) $a < r < b$ で $\phi(r)$ の満す微分方程式を書け．ただし，円柱座標でのラプラシアンは

   $$\triangle = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\,.$$

   (b) $\phi(a) = 0$，$\phi(b) = V$ として，上で求めた微分方程式を解き，$a < r < b$ での $\phi(r)$ を求めよ．

   (c) 上の結果を用いて，$a < r < b$ での電場を求めよ．

3. 極板の面積 A，極板間の距離 d の平行板コンデンサーについて考える．このコンデンサーの極板間を誘電率 ε の固体誘電体で満たし，電源に接続し極板間の電位差を V とした．

   (a) 極板間の電場の大きさ E と電束密度の大きさ D を求めよ．

   (b) 極板の電荷を求めよ．

   (c) 静電容量を求めよ．

   (d) 電源に接続したまま，極板間の距離を $2d$ に拡げた．(誘電体のない部分の距離は d である．) このときの極板の電荷を求めよ．

4. 無限に長い厚みのある円筒を考える．円筒の内側の半径を a，外側の半径を b とする．以下，この円筒の中心軸を z 軸とする円柱座標で考える．この円筒が磁化していて，磁化は $\boldsymbol{M} = (M_0\, b/r)\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ で与えられている．ただし，M_0 は定数で，$\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ は方位角方向の単位ベクトルである．円柱座標でのベクトル場の回転は,

   $$\nabla \times \boldsymbol{A} = \hat{\boldsymbol{r}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) + \hat{\boldsymbol{\varphi}}\left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \hat{\boldsymbol{z}}\,\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right]$$

   で与えられる．

   (a) 円筒内部 $(a < r < b)$ の体積磁化電流密度を求めよ．

   (b) 円筒の表面 $(r = a$ と $r = b)$ の表面磁化電流密度を求めよ．

   (c) 円筒の内側 $(r < a)$ での磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を求めよ．

   (d) 円筒の外側 $(r > b)$ での磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を求めよ．