1.2　電荷保存則

式 (1. 1. 3) の発散 (divergence) を考える。

(1)
$$\nabla \cdot \nabla \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) - \nabla \cdot \frac{\partial \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} = \nabla \cdot \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t)\,.$$

第 1 項はゼロ．よって,

(2)
$$\nabla \cdot \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t) + \frac{\partial}{\partial t}\nabla \cdot \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t) = 0\,.$$

式 (1. 1. 1) より,

(3)
$$\nabla \cdot \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t) + \frac{\partial}{\partial t}\rho(\boldsymbol{r},t) = 0\,. \quad (\text{電荷保存則})$$

第 2 項は変位電流に由来することに注意.

閉曲面 S で囲まれた領域 V を考える.

(4) $$\int_V \nabla \cdot \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r}, t)\, dV + \int_V \frac{\partial \rho(\boldsymbol{r}, t)}{\partial t}\, dV = 0\,.$$

ガウスの定理を用いて,

(5) $$\int_S \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r}, t) \cdot d\boldsymbol{S} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho(\boldsymbol{r}, t)\, dV\ .$$

左辺は単位時間に面 S を通って領域 V から出ていく電荷の量.
右辺は V 内の電荷の単位時間当りの減少量.