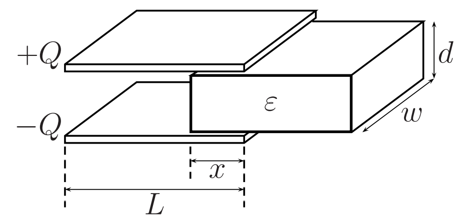
電磁気学II(共通教育、田中担当クラス) 試験問題

1. ベクトル場 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$，$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ について，次の式を示せ．

   (a) $\nabla \cdot (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B} \cdot \nabla \times \boldsymbol{A} - \boldsymbol{A} \cdot \nabla \times \boldsymbol{B}$

   (b) $\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{A}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A}) - \triangle \boldsymbol{A}$

2. 長さ L，幅 w，極板間の距離 d の平行板コンデンサーを考える．各極板の電荷は $\pm Q$ に固定されている．このコンデンサーに長さ方向から誘電率 ε，幅 w，厚さ d で十分に長い誘電体を挿入する．今，右図のように，長さ $x(0 < x < L)$ だけ誘電体がコンデンサー中に入っているとする．



   (a) このときのコンデンサーの容量を求めよ．

   (b) このときにコンデンサーに蓄えられているエネルギーを求めよ．

   (c) 誘電体に働く力の向きと大きさを求めよ．

3. 磁化した無限に長い半径 a の円柱を考える．以下では，円柱の軸を z 軸とする円柱座標 (R, φ, z) を用いる．磁化ベクトルは，$\boldsymbol{M} = (M_0 R/a)\hat{\boldsymbol{z}}$ で与えられるものとする．ただし，M_0 は定数で，$\hat{\boldsymbol{z}}$ は z 軸方向の単位ベクトルである．必要であれば，円柱座標でのベクトル場の回転が，

$$\nabla \times \boldsymbol{A} = \hat{\boldsymbol{R}}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) + \hat{\boldsymbol{\varphi}}\left(\frac{\partial A_R}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial R}\right) + \hat{\boldsymbol{z}}\,\frac{1}{R}\left[\frac{\partial}{\partial R}(R A_\varphi) - \frac{\partial A_R}{\partial \varphi}\right]$$

   で表わされることを用いてもよい．

   (a) 円柱の表面 $(R = a)$ での表面磁化電流密度 $\boldsymbol{\sigma}_m$ を求めよ．

   (b) 円柱の内部 $(R < a)$ での体積磁化電流密度 $\boldsymbol{i}_m$ を求めよ．

   (c) 磁化 $\boldsymbol{M}$ による単位長さ (z 軸方向) 当りの磁気双極子モーメントベクトル $\boldsymbol{m}_0$ を求めよ．

   (d) 単位長さ (z 軸方向) 当りの $\boldsymbol{\sigma}_m$ の作る磁気双極子モーメントベクトル $\boldsymbol{m}_1$ を求めよ．

   (e) 単位長さ (z 軸方向) 当りの $\boldsymbol{i}_m$ の作る磁気双極子モーメントベクトル $\boldsymbol{m}_2$ を求めよ．

   (f) $\boldsymbol{m}_0$，$\boldsymbol{m}_1$，$\boldsymbol{m}_2$ の間に成り立つ簡単な関係式を見出せ．