2009/07/27

電磁気学II(共通教育、田中担当クラス) 試験問題

1. 極板の面積 A，極板間の距離 d の平行板コンデンサーについて考える．このコンデンサーの極板間を誘電率 ε の固体誘電体で満たし，電源に接続し極板間の電位差を V_0 とした．

   (a) 極板間の電場の大きさ E と電束密度の大きさ D を求めよ．

   (b) 極板の電荷を求めよ．

   (c) 静電容量を求めよ．

   (d) 電源に接続したまま，極板間の距離を $2d$ に拡げた．(誘電体のない部分の距離は d である．) このときの極板の電荷を求めよ．

   (e) ここで電源との接続を切り，その後，極板間の距離を d に戻した．このときの極板間の電位差を求めよ．

2. 誘電率 ε の誘電体で出来ている半径 a の球があり，この球の中心に点電荷 Q が置かれている．中心からの距離を r とし，動径方向の単位ベクトルを $\hat{\boldsymbol{r}}$ とする．

   (a) 誘電体内 $(r < a)$ での電束密度 $\boldsymbol{D}$，電場 $\boldsymbol{E}$，分極 $\boldsymbol{P}$ を求めよ．

   (b) 誘電体外 $(r > a)$ での電束密度 $\boldsymbol{D}$，電場 $\boldsymbol{E}$，分極 $\boldsymbol{P}$ を求めよ．

   (c) 誘電体表面 $(r = a)$ に生じる分極電荷の総量を求めよ．

   (d) 誘電体内 $(r < a)$ での分極体積電荷密度を求めよ．
   (ヒント: 点電荷の作る電場と $\boldsymbol{P}$ の形の上の類似性に注意せよ．)

3. 磁化した無限に長い半径 a の円柱を考える．以下では，円柱の軸を z 軸とする円柱座標 (R, φ, z) を用いる．磁化ベクトルは，$\boldsymbol{M} = (M_0 R/a)\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ で与えられるものとする．ただし，M_0 は定数で，$\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ は方位角方向の単位ベクトルである．必要であれば，円柱座標でのベクトル場の回転が，

$$\nabla \times \boldsymbol{A} = \hat{\boldsymbol{R}}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) + \hat{\boldsymbol{\varphi}}\left(\frac{\partial A_R}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial R}\right) + \hat{\boldsymbol{z}}\,\frac{1}{R}\left[\frac{\partial}{\partial R}(R A_\varphi) - \frac{\partial A_R}{\partial \varphi}\right]$$

   で表わされることを用いてもよい．

   (a) 円柱の表面 $(R = a)$ での表面磁化電流密度 $\boldsymbol{\sigma}_m$ を求めよ．

   (b) 円柱の内部 $(R < a)$ での体積磁化電流密度 $\boldsymbol{i}_m$ を求めよ．

   (c) 円柱の内部 $(R < a)$ での $\boldsymbol{B}$ と $\boldsymbol{H}$ を求めよ．

   (d) 円柱の外部 $(R > a)$ での $\boldsymbol{B}$ と $\boldsymbol{H}$ を求めよ．