電磁気学II(共通教育、田中担当クラス) レポート問題2

<u>提出期限</u>: 7月13日の授業中に集める.

1. ベクトル場 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ について，次の式を示せ.

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{A}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A}) - \triangle \boldsymbol{A}$$

2. 厚さ $2d$ の薄く充分に広い誘電体の板が一様に法線方向に分極している．法線を z 軸にとると $\boldsymbol{P} = P\hat{\boldsymbol{z}}$ である．(この分極は外場がなくても存在する永久分極であるとする．)
   (a) この誘電体の分極表面電荷密度，分極体積電荷密度を求めよ.
   (b) 誘電体内外の $\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{E}$ を求めよ.
   (c) 誘電体内外の静電ポテンシャルを求めよ.
   (d) この系を平行板コンデンサーと比較せよ.

3. 極板間の距離 d_1 の平行板コンデンサーを誘電率 ε の固体誘電体で満し，電源をつなぎ極板間の電位差を V_1 とした．この後，電源を切り離し，極板間の距離を d_2 に拡げた．(誘電体のない部分の距離は $d_2 - d_1$ である．) このときの極板間の電位差を求めよ.

4. 無限に長い厚みのある円筒を考える．円筒の内側の半径を a，外側の半径を b とする．以下，この円筒の中心軸を z 軸とする円柱座標で考える．この円筒が磁化していて，磁化は $\boldsymbol{M} = (M_0\, b/r)\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ で与えられている．ただし，M_0 は定数で，$\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ は方位角方向の単位ベクトルである．円柱座標でのベクトル場の回転は,

$$\nabla \times \boldsymbol{A} = \hat{\boldsymbol{r}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) + \hat{\boldsymbol{\varphi}}\left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \hat{\boldsymbol{z}}\,\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right]$$

   で与えられる.
   (a) 円筒内部 $(a < r < b)$ の体積磁化電流密度を求めよ.
   (b) 円筒の表面 $(r = a$ と $r = b)$ の表面磁化電流密度を求めよ.
   (c) 円筒の内側 $(r < a)$ での磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を求めよ.
   (d) 円筒の外側 $(r > b)$ での磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を求めよ.