2003/12/22

電磁気学 I(共通教育，田中担当クラス) 演習問題

1. ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ について，$\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{c} \cdot (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$ を示せ．
2. $\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}) - \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})$ を示せ．
3. スカラー場 $f(\boldsymbol{r})$ について，$\nabla \times (\nabla f) = 0$ を示せ．
4. ベクトル場 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ について，$\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{A}) = 0$ を示せ．
5. $\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A}) - \triangle \boldsymbol{A}$ を示せ．
6. $\nabla \cdot (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{A}) - \boldsymbol{A} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{B})$ を示せ．
7. $$\nabla_{\boldsymbol{r}} \frac{1}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0|^n} = -n \frac{\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0|^{n+2}}$$
   を示せ．ただし，$\nabla_{\boldsymbol{r}}$ は $\boldsymbol{r}$ についての勾配を表わす．
8. 点電荷のつくる電場
   $$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0|^3}$$
   が $\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$ を満すことを直接計算によって示せ．
9. 原点を中心として，xy 平面内で角速度 ω で回転する円板を考える．円板上の点 $\boldsymbol{r} = (x, y, 0)$ の速度は $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}) = (-y\omega, x\omega, 0)$ となる．原点を中心とする xy 平面内の半径 a の円を考え，$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r})$ がストークスの定理を満すことを示せ．
10. ポアッソン方程式を用いて，静電ポテンシャルが $-e^{-r/a}/(\varepsilon_0 r)$ となるような電荷分布を求めよ．
11. 大気中には，地表近くに下向きの電場 $E \simeq 100\mathrm{V/m}$ が存在する．地球自体は導体であると考え，地球は等ポテンシャル球であるとして，地表の全電荷を求めよ．