2020/1/27

電磁気学詳論 I(田中担当クラス) 試験問題

1. $f(\boldsymbol{r})$ をスカラー場，$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ をベクトル場とする．
   (a) ベクトル場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ が $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{\nabla} f$ と表わされるとき，$\boldsymbol{E}$ の回転を求めよ．
   (b) ベクトル場 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ が $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A}$ と表わされるとき，$\boldsymbol{B}$ の発散を求めよ．
2. 自由空間でのマクスウェルの方程式

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = 0\,, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = 0\,, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)\,, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)\,, \tag{4}$$

   から，電場 $\boldsymbol{E}$ の従う 3 次元波動方程式を導け．
   ヒント: 式 (3) の回転を考えるか，あるいは，式 (4) の時間微分を考える．
3. 無限に長い直線導線 (z 軸とする) が単位長さ当り $\lambda(>0)$ の一様な電荷を帯びている．
   (a) 電場の向きを図示せよ．
   (b) 導線からの距離が R の場所での電場の大きさを求めよ．
   (c) この導線にさらに z 軸の正の方向に電流 $I(>0)$ を流した．磁場の向きを図示せよ．
   (d) 導線からの距離が R の場所での磁場の大きさを求めよ．
   (e) 点電荷が導線に平行に速度 v で動いている．(z 軸の正の方向に動いているとき，$v>0$ とする．) 点電荷に働く力がなくなるような v を求めよ．
4. 静電ポテンシャルが $\phi(r) = Ae^{-r/a}/(4\pi\varepsilon_0 r)$ で与えられるような静電場がある．A，a は定数で，$a>0$ とする．
   (a) ポアッソン方程式を用いて原点以外での電荷分布を求めよ．
   ヒント: 球対称な場合は，$\triangle = (1/r)(d^2/dr^2)r$.
   (b) 原点以外での電場を求めよ．
   (c) ポテンシャルが $r \ll a$ で $1/r$ の様に振舞うから，原点に点電荷があると考えられる．原点を中心とする微小な球面に積分形のガウスの法則を適用して，原点にある電荷の大きさを求めよ．
   (d) 原点以外にある電荷の総量を求めよ．