

2.2 重ね合せの原理

電磁気学詳論Ⅰ(2021)

田中担当クラス

<http://www-het.phys.sci.osaka-u.ac.jp/~tanaka/teaching.html>

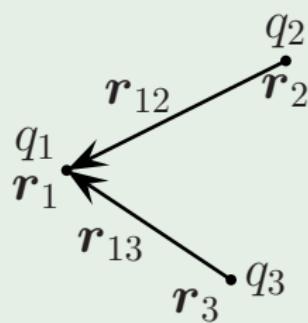
第2章 静電場

2.2.1 重ね合せの原理

重ね合せの原理(点電荷)

任意の点電荷の受けるクーロン力は、他の点電荷から受けるクーロン力のベクトル和である。

例: 3つの点電荷がある場合



q_1 が q_2 から受ける力は、

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}. \quad (1)$$

q_1 が q_3 から受ける力は、

$$\mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13}. \quad (2)$$

q_1 の受ける全クーロン力は、

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13}. \quad (3)$$

一般の場合

r_i にある点電荷 q_i ($i = 1, \dots, n$) から, r にある点電荷 q が受ける全クーロン力は,

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i, \quad \mathbf{F}_i := \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qq_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \quad (4)$$

(\mathbf{F}_i は i 番目の電荷から受ける力。)

線形性について

先の例で, $r_2 = r_3$ とすると, 重ね合せの原理から,

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1(q_2 + q_3)}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}. \quad (5)$$

この式は, r_2 に電荷 $q_2 + q_3$ が在ることを意味しているから, 電荷については足し算が出来ることが分かる。

2.2.2 連続近似

連続近似(粗視化)

マクロな(日常的な)スケールでは、電子などの点電荷の集合を、電荷の連続的な分布と見なすことができる。

重ね合せの原理(連続分布)

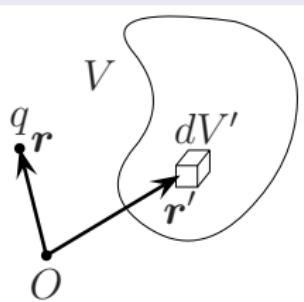
電荷の(体積)密度を $\rho(\mathbf{r})$ [C/m³] とする。微小体積

$dV' = dx' dy' dz'$ に含まれる電荷が、点電荷 q におよぼす力は、

$$d\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\rho(\mathbf{r}') dV'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (6)$$

これを電荷のある領域 V で積分して、

$$\mathbf{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV'. \quad (7)$$



成分で書けば、 $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ として、

$$F_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{(x - x')\rho(x', y', z')}{\{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2\}^{3/2}} dx' dy' dz', \quad (8)$$

などとなる。