統計物理学 1 演習　　No.6　　97/11/13

1. ピストンに 1mol の理想気体を入れて、圧力 p_1、体積 V_1、温度 T_1を保つようにシリンダーを手で押えている (状態 1)。ピストンの外部は真空になっていると仮定する。理想気体の、圧力と体積の積は温度に比例する $(pV = RT)$ という性質を用いて、以下の問いに答えよ。ただし、p は圧力、V は体積、R は気体定数。

(a) **(1)** 状態 1 から気体の温度を T に保ったまま、非常にゆっくり (「準静的」に) シリンダーを動かして、圧力を $p_2(< p_1)$ に、体積を $V_2(> V_1)$ に変化させた (状態 2)。この「等温膨張」過程で気体のした仕事を求めよ。

(2) 状態 2 から圧力を p_2に保ったまま、非常にゆっくりとシリンダーを動かし、体積を V_1に変化させた (状態 3)。この「等圧圧縮」過程で気体のした仕事を求めよ。

(3) 状態 3 で、気体に「ある操作」を施すことにより状態 1 に戻した。この過程で気体のした仕事を求めよ。「ある操作」とは、例えばどのような操作か。

(4) 状態 $1\to2\to3\to1$ のサイクルで気体のした仕事は、図 1 のどの部分の面積に相当するか。

(b) **(1)** 状態 1 で手を放すとシリンダーが動きだすが、体積が $V_4(> V_1)$、圧力が $p_4(< p_1)$(状態 4) になったところで再び手で止めた。この「断熱 (熱のやりとりなし) 自由膨張」過程で気体のした仕事を求めよ。

(2) 状態 4 から圧力を p_4に保ったまま、非常にゆっくりとシリンダーを動かし、体積を V_1に、温度を T_2に変化させた (状態 5)。この「等圧圧縮」過程で気体のした仕事と、気体の吸収した熱量を求めよ。ただし、「定圧モル比熱」を C_pとする。

(3) 状態 5 で、気体に (a)(3) と同様の操作を施し、状態 1 に戻した。この過程で気体のした仕事と、気体の吸収した熱量を求めよ。ただし、「定積モル比熱」を C_V とする。

(4) 状態 $1\to4\to5\to1$ のサイクルで気体のした仕事と吸収した熱量が等しいという条件から、$C_p - C_V = R$ の関係を導け。

2.

(1) $dE = TdS - PdV$ を用いて、次の式を示せ。

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P, \quad \left(\frac{\partial E}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

(2) 理想気体についてこれらの式の右辺を評価し、その意味を述べよ。

(3) 断熱的に物体の体積を変化させたときの温度の変化を表す次の式を示せ。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\frac{T}{C_v}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

(4) 断熱的に物体の圧力を変化させたときの温度の変化を表す次の式を示せ。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \frac{T}{C_p}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

(5) 断熱圧縮率と等温圧縮率の関係を与える次の式を導け。

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = \frac{C_v}{C_p}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

(6) 二つの容器を連結し、はじめは一方の容器にのみ気体を入れておく。この気体が他方の容器に膨張するときの温度の変化を表す式

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_E = \frac{1}{C_v}\left[P - T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V\right]$$

およびエントロピーの変化を表す式

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_E = \frac{P}{T}$$

を示せ。