統計物理学 1 演習　　No.7　　97/11/20

1. **(1)** 理想気体の準静的断熱過程において、$TV^{\gamma-1} = (一定)$、もしくは $pV^{\gamma} = (一定)$ となることを熱力学第一法則から導け。ただし、T, V, p はそれぞれ理想気体の温度、体積、圧力を表し、$\gamma \equiv C_p/C_V$ (C_Vは定積モル比熱、C_pは定圧モル比熱) とする。

   (2) ピストンに $1\mathrm{mol}$ の理想気体を入れて、圧力 p_1、体積 V_1、温度 T_1を保つようにシリンダーを手で押えている (状態 1)。状態 1 から準静的に、かつ断熱的にシリンダーを動かし、体積を $V_2 (> V_1)$ に変化させた。この変化の後、さらに準静的な「ある操作」を施すと、体積は変わらずに、圧力が $p_2 (< p_1)$、温度が T_2になった (状態 2)。状態 1 から 2 への変化の過程で気体のした仕事と吸収した熱量を求めよ。状態 1 から 2 への変化により、温度はどう変わるか。また、「ある操作」とはどんな操作か？

   (3) (1) とは別に準静的な「ある操作 (A)」を施すと、状態 1 から体積を V_1に保ったまま、圧力を p_2 にすることができた。ある操作 (A) とはどんな操作か。さらにこの状態から準静的な「ある操作 (B)」を施すと、圧力を p_2に保ったまま状態 2 に変化させることができた。ある操作 (B) とはどんな操作か。この経路での状態 1 から 2 への変化の過程で気体のした仕事と吸収した熱量を求めよ。

   (4) 状態 1 から 2 への内部エネルギーの変化が、状態 1 から 2 への変化の経路によらないことを (2), (3) の結果から確認せよ。

2.

(a) 大気の温度が海面からの高さによってどのように変化するかについて考えよう。

(1) 対流によって空気は常に上昇している。空気は良い断熱材であるから、この上昇につれて (準静的に) 断熱膨張する。1.(1) で示した式を T と p で書き直し、それを微分して dT と dp の関係を求めよ。

(2) 大気中に単位面積の底面をもつ円柱を考え底面からの高さを h、そこでの圧力を p とする。次の式を示せ。

$$dp = -\frac{gM}{R}\frac{p}{T}dh$$

ただし、g は重力加速度、M は空気の平均分子量である。

(3) (1),(2) より、$\frac{dT}{dh}$の表式を求めよ。また、その数値はいくらか。ただし、$g = 981, M = 28.9, R = 8.21 \times 10^7, \gamma = 7/5$ とする。

(b)

(1) $dE = TdS - pdV$ を用いて、１モルの理想気体について次の式を示せ。

$$S = C_v \log T + R \log V + \mathrm{const.}, \quad S = C_p \log T - R \log p + \mathrm{const.}$$

(2) 温度 T が等しく圧力 p_1, p_2が異なっている同一種類の理想気体が１モルづつ２つの容器に入っている。これらの容器を連結したときのエントロピーの変化を求めよ。